

Självständigt arbete i Matematik och lärande
15 högskolepoäng, grundnivå

**Utmaningar och möjligheter i undervisning
av statistik och sannolikhet för elever i
högstadiet**

*Challenges and opportunities in teaching statistics and probability to
lower secondary students*

Elias Pålsson
Kajsa Arthursson

Ämneslärarprogrammet med inriktning mot
arbete i årskurs 7–9, 240–270 hp
Självständigt arbete i Matematik och lärande, 15 hp
2025-01-15

Examinator: Clas Olander
Handledare: Per-Eskil Persson

Förord

Det här arbetet har vi skrivit tillsammans som en del av kursen självständigt arbete på grundnivå, 15 högskolepoäng, inom matematik. Kursen ingår i ämneslärarprogrammet på Malmö universitet och är inriktad på undervisning i högstadiet. Syftet med kursen är att utforska och besvara forskningsfrågor genom en litteraturstudie.

Vi har delat uppgifterna jämnt och samarbetat genom hela arbetet. Genom våra diskussioner och gemensamma ansträngningar har vi sett till att arbetet vilar på en stabil grund och att våra slutsatser är väl förankrade i forskningen.

Vi vill rikta ett stort tack till vår handledare, Per-Eskil Persson, för hans stöd och värdefulla råd under hela processen.

Elias Pålsson och Kajsa Arthursson

Malmö universitet

Vårterminen 2025

Abstract

Statistics and probability are becoming increasingly important in math education as society relies more on data and statistical thinking. This study looks at how teachers can help students aged 12–16 overcome common struggles with these topics. The goal is to understand what challenges students face and find teaching strategies that make learning easier and more engaging.

The study is based on a review of research articles and teaching materials. It shows that students often deal with misconceptions like thinking events are more likely based on personal experience (availability heuristic) or patterns they expect to see (representativeness heuristic). They also find it hard to grasp concepts like independent events and how to combine probabilities. Teachers often struggle to balance teaching step by step methods with encouraging deeper, critical thinking.

The results suggest using real-world examples, digital tools, and hands-on activities to make learning more fun and relevant. Approaches like problem-based learning can help students connect with the material and build stronger skills in statistics and probability.

Keywords: digitala verktyg, heuristik, kritiskt tänkande, sannolikhet, undervisningsstrategier, verkliga exempel

Innehållsförteckning

1. Inledning	5
2. Syfte och frågeställning	7
2.1. Syfte	7
2.2. Frågeställning	7
3. Metod	8
3.1. Sökord och urvalskriterier	8
3.1.1. Första sökningarna	8
3.1.2. Andra sökningen.....	9
3.1.3. Författarsökning	9
3.2. Metodreflektion	9
4. Resultat	12
4.1. Elevers utmaningar och missuppfattningar i statistik och sannolikhetslära	12
4.2. Didaktiska strategier och verktyg för att stödja elevers lärande	14
4.3. Lärarens roll och undervisningens utmaningar i statistik och sannolikhet.....	16
4.4. Resultatsammanfattning	18
5. Diskussion och slutsats	20
5.1. Diskussion	20
5.1.1. Vanliga svårigheter och lärarens roll i att hantera dem	20
5.1.2. Motivation genom vardagliga exempel	21
5.1.3. Digitala verktyg	22
5.1.4. Lärarens roll	22
5.2. Metoddiskussion	24
5.3. Slutsats	25
5.4. Fortsatt forskning	25
6. Referenser	27

1. Inledning

Statistik och sannolikhetslära spelar en viktig roll i dagens samhälle där vi ständigt möter stora mängder information. Förmågan att tolka, analysera och dra slutsatser från statistisk data är avgörande, och det är därför viktigt att denna kompetens utvecklas tidigt. Här är det centralt att skapa en undervisningsmiljö där eleverna känner motivation och relevans, något som forskning visar är avgörande för att stödja elevers utveckling i matematik (Wery & Thomson, 2013). Skolans matematikundervisning har en central uppgift att ge elever verktygen för att hantera denna komplexitet och fatta välgrundade beslut (Skolverket, 2022b).

Vår motivation att fördjupa oss i detta ämne grundar sig i våra olika erfarenheter och perspektiv. Vi har olika bakgrunder när det gäller statistik och sannolikhetslära, där en av oss upptäckte sitt intresse för dessa ämnen först efter gymnasiet och önskar att det hade uppmärksammats mer redan under skoltiden. Den andra har däremot alltid sett statistik och sannolikhet som både spännande och utmanande och har reflekterat över hur man kan väcka samma nyfikenhet hos fler elever. Tillsammans har dessa erfarenheter inspirerat oss att undersöka hur undervisningen i statistik och sannolikhet kan utvecklas för att bli mer engagerande och stödjande för elever.

Statistik och sannolikhetslära på högstadiet lägger en viktig grund för att elever ska kunna möta framtida utmaningar, både i studier och arbetsliv. Enligt läroplanen ska undervisningen hjälpa elever att formulera och lösa problem, kritiskt granska information och använda matematik i olika sammanhang (Skolverket, 2022a; 2022b). Den här översikten syftar till att undersöka hur lärare kan använda olika didaktiska strategier för att stärka elevers lärande i dessa områden. Vi fokuserar särskilt på att identifiera vanliga konceptuella svårigheter och hur undervisningen kan anpassas för att bättre stödja elevernas utveckling.

Trots styrdokumentens riktlinjer och ämnets relevans finns det fortfarande utmaningar med att undervisa statistik och sannolikhetslära på ett sätt som både engagerar elever och gör ämnet meningsfullt för dem. I vår översikt diskuterar vi dessa utmaningar och lyfter fram strategier

för att förbättra undervisningen. Målet är att bidra till en matematikundervisning som inte bara uppfyller läroplanens krav utan också möter elevernas behov.

Vår förhoppning är att den här översikten ska inspirera lärare att utveckla sin undervisning inom statistik och sannolikhet och därmed bidra till att fler elever får en positiv och meningsfull upplevelse av ämnet.

2. Syfte och frågeställning

2.1. Syfte

Syftet med kunskapsöversikten är att undersöka hur lärare kan utnyttja sina didaktiska kunskaper inom statistik och sannolikhetslära för att utveckla samt hålla i en effektiv matematikundervisning för elever. Kunskapsöversikten syftar även till att utreda specifika utmaningar som matematiklärare möter samt kunna identifiera undervisningsstrategier och didaktiska verktyg som gynnar elevers lärande inom statistik och sannolikhetslära. För att uppfylla syftet med kunskapsöversikten gjordes följande frågeställningar:

2.2. Frågeställning

- Vilka är de vanligaste svårigheterna för elever i åldrarna 12–16 år inom området statistik och sannolikhet?
- Vad finns det för undervisningsstrategier och didaktiska verktyg som gynnar elevers förståelse inom statistik och sannolikhet?

3. Metod

Denna del av arbetet redogör de sökningsmetoder som utgör grunden för kunskapsöversikten. Till en början beskrivs sökord samt urvalskriterier för arbetet. Därefter beskrivs sökprocessens och valet utav relevanta källor. Avslutningsvis sammanställs källorna i en tabell.

3.1. Sökord och urvalskriterier

Först användes databasen ERC. Probability, Math*, statisti* var sökord som grundade vår sökning. Sökorden är väl relevanta sett till vår frågeställning och gav mycket resultat. Dessa nyckelord fick sedan begränsas med hjälp utav tilläggsord för att minska antalet artiklar och bidra till högre relevans kopplat till vår frågeställning och syfte. En utav begränsningarna var att artiklarna behövde vara Peer-Reviewed (Östlundh, 2012). Sökord som även lades till var Middle school*, Secondary school, High school och Secondary education. Dessa sökord kombinerades ofta med hjälp utav booleska operatörer, exempelvis OR eller AND. Då vår kunskapsöversikt inriktar sig på högstadiet gav denna sökning ett mer relevant resultat. Det booleska ordet OR gjorde de möjligt att kombinera orden för högstadiet översatt i flera olika språk i samma sökning.

3.1.1. Första sökningarna

De första sökningarna med hjälp utav ovanstående sökord samt begränsningar gav många resultat. Därefter lästes abstract för att komma fram till tio artiklar som vi sedan läst noggrant. Sedan sållades fyra av dessa bort då de saknade relevans kopplat till våra kunskapsöversiktfrågor.

3.1.2. Andra sökningen

I nästa steg utav kunskapsöversikten valde vi att lägga till ett sökord i form utav Sweden OR Swedish. Detta gjorde vi för att få fler svenska studier för att kunna jämföra hur våra frågor forskats på i olika länder kontra Sverige. Då sökorden tidigare varit på engelska blev konsekvensen att de blev resultat ifrån flera olika länder, men denna begränsning gjorde så vi hittade en svensk artikel med relevans.

3.1.3. Författarsökning

En sökning gjordes utanför databasen ERC. Då vi hittat en författare vid namn Annie Savard, med hjälp utav våra tidigare sökningar. Savard hade forskat på vårt område. Därefter ville vi hitta fler artiklar från henne. Då gjordes en sökning på Google scholar med hennes namn som sökord.

3.2. Metodreflektion

Att använda ERC som sökningsbas var ett sätt för oss att kvalitetssäkra våra källors innehåll då ERC är en etablerad akademisk plattform. Sökningsbasen ERC i kombination med kompletterande sökning på Google scholar gav oss en stabil och bred akademisk grund att luta oss emot i skrivandet utav arbetet. Sökningen kan dock ha svagheter då ERC utger största delen utav underlaget. Det hade kunnat kompletteras med fler sökningsbaser, exempelvis ERIC.

Vi har valt att använda ett begränsat antal källor eftersom de är de mest relevanta och trovärdiga för att svara på vår forskningsfråga. Det gav oss möjlighet att gå in mer på djupet med dessa källor som vi ansåg vara kvalitativa. Genom att fokusera på ett urval av noggrant utvalda källor kunde vi säkerställa en hög grad av tydlighet och sammanhang i vår analys. Vi är medvetna om att valet att begränsa antalet källor kan påverka bredden i perspektiven som tas upp i studien. Samtidigt tror vi att detta val har möjliggjort en mer fokuserad diskussion

där vi kan analysera och dra slutsatser på en djupare nivå. Genom att använda en selektiv strategi för källurval kan vi dessutom säkerställa att vår studie inte tappar fokus och förblir hanterbar inom ramen för de tillgängliga resurserna och den givna tiden.

Tabell 1.1

NR	Datum	Databas	Sökord	Vald artikel
1	13/11	ERC	“probability” AND “didactic*” AND “math*”	Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. <i>ZDM-Mathematics Education</i> , 56(1), 5-17.
2	17/11	ERC	“math*” AND “Sweden OR Swedish” AND “difficulties OR challenges” AND “probability OR statistics”	Iversen, K., & Nilsson, P. (2019). Lower secondary school students' reasoning about compound probability in spinner tasks. <i>Journal of Mathematical Behavior</i> , 56.
3	18/11	ERC	“probability” AND ”math*” AND “understanding” AND “high school OR secondary school OR secondary education”	Erbas, A. K., & Ocal, M. F. (2024). Students' intuitively-based (mis)conceptions in probability and teachers' awareness of them: the case of heuristics. <i>International Journal of Mathematical Education in Science & Technology</i> , 55(6), ss. 1444-1480.
4	18/11	ERC	“statistical” AND “middle school” AND SU terms* AND “Mathematics education”	Carmichael, C., Callingham, R., & Watson, J. (2009). Factors Influencing the Development of Middle School Students' Interest in Statistical Literacy. <i>Statistics Education Research Journal</i> , 8(1), pp. 62-81.

5	18/11	ERC	“statistical” AND “middle school*” AND “Statistics education”	Buscher, C. (2022). Design Principles for Developing Statistical Literacy in Middle Schools. <i>Statistics Education Research Journal</i> , 21(1), pp. 1-16.
6	18/11	ERC	“statistics” AND “middle school*” AND mathematics* AND “statistical reasoning”	Savard, A., & Manuel, D. (2016). Teaching Statistics: Creating an Intersection for Intra and Interdisciplinarity. <i>Statistics Education Research Journal</i> , 15(2), pp. 239-256.
7	18/11	Google Scholar	“Annie Savard” AND "statistics" AND "teaching”	Savard, A., & Manuel, D. (2015). Teaching Statistics in Middle School Mathematics Classrooms: Making Links with Mathematics but Avoiding Statistical Reasoning. <i>Proceedings of the 38th Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)</i> . Adelaide: Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA).
8	18/11	ERC	"Mathematical statistics" AND elementary*	Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1998). The Beginning of Statistical Inference: Comparing Two Data Sets. <i>Educational Studies in Mathematics</i> , 37(2), 145-168.

4. Resultat

Vi har delat upp vårt resultatkapitel i tre underrubriker för att tydligt besvara våra frågeställningar. Underrubrik 4.1 fokuserar på vår första frågeställning: *Vilka är de vanligaste svårigheterna för elever i åldrarna 12–16 år inom området statistik och sannolikhet?* Underrubrik 4.2 behandlar vår andra frågeställning: *Vad finns det för undervisningsstrategier och didaktiska verktyg som gynnar elevers förståelse inom statistik och sannolikhet?* Slutligen tar 4.3 upp ett resultat som framkom under arbetets gång och som vi anser vara viktigt att lyfta fram – lärarens roll och de utmaningar de möter, med koppling till båda frågeställningarna och särskilt fokus på implementeringen av effektiva didaktiska strategier.

4.1. Elevers utmaningar och missuppfattningar i statistik och sannolikhetslära

Att förstå och tillämpa statistik och sannolikhet är en komplex uppgift för elever i åldrarna 12–16 år. Elever möter flera utmaningar kopplade till begreppsförståelse, resonemang och tolkning av statistiska representationer. Forskning visar att elever ofta tillämpar intuitiva strategier, så kallade heuristiker, när de möter sannolikhetsuppgifter. Två av de mest frekventa heuristikerna är representativitetsheuristiken och tillgänglighetsheuristiken.

Representativitetsheuristiken innebär att elever överskattar sannolikheten för händelser som de uppfattar som representativa för en viss kategori. Ett exempel är att elever kan tro att sekvensen “T-H-T-H-H-T” (tales och heads) är mer sannolik än “T-T-T-H-H-H” eller “T-T-T-H-T-T” vid kast med ett mynt, trots att alla dessa sekvenser är lika sannolika (Erbas & Ocal, 2024; Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Tillgänglighetsheuristiken innebär att elever baserar sina sannolikhetsbedömningar på hur lätt de kan minnas eller föreställa sig en viss händelse. Om en händelse är dramatisk eller nyss inträffad kan den överskattas i sannolikhet (Erbas & Ocal, 2024). Dessa heuristiker leder ofta till systematiska tankefel i elevernas sannolikhetsresonemang, vilket är en stor utmaning för lärare att åtgärda.

Elevernas förståelse av begrepp som sannolikhet, slumpmässighet och oberoende händelser är ofta bristfällig. Forskning visar att många elever har svårt att skilja mellan förutbestämda och slumpmässiga fenomen. Elever kan tro att en serie av oberoende händelser (till exempel att kasta en tärning) måste jämna ut sig, en missuppfattning känd som spelarens felslut (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Många elever tror att ett slumpmässigt resultat ska vara "jämnt fördelat" över korta sekvenser, till exempel att man bör få ungefär lika många krona som klave vid 10 kast med ett mynt (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). En annan vanlig missuppfattning är att elever tror att tidigare utfall påverkar framtida utfall i oberoende händelser. Till exempel kan elever tro att om man kastar fyra "klave" i rad så ökar chansen för "krona" i nästa kast (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Dessa missuppfattningar är ofta svåra att korrigera eftersom de bygger på starka intuitiva uppfattningar om hur slumpen "borde" fungera.

När elever arbetar med sannolikhetsuppgifter uppvisar de ofta felaktiga resonemangsstrategier som påverkar deras förståelse och beräkningar. Ett vanligt misstag är svårigheten att korrekt identifiera antalet möjliga utfall i kombinationer. Till exempel kan elever tro att ordningen på händelser alltid är irrelevant, trots att den i vissa situationer, som vid permutationer, spelar en avgörande roll (Iversen & Nilsson, 2019). Ett konkret exempel är när elever ska bestämma sannolikheten för att få två specifika kort i en viss ordning från en kortlek. De kan felaktigt anta att det är samma sannolikhet att få två nya specifika kort, vilket leder till felaktiga slutsatser. Ett annat vanligt misstag är att elever betraktar oberoende händelser som om de vore en del av en gemensam yta. Till exempel kan de se två snurrande hjul med olika färger som en enda gemensam yta där färgerna blandas och händelserna blir inte oberoende, vilket leder till felaktiga beräkningar av sannolikheter (Iversen & Nilsson, 2019). Detta tyder på bristande förståelse för begreppen oberoende och beroende händelser. Konsekvensen av detta är att elever kan anta att sannolikheten för en kombination är enklare att räkna ut än vad den i själva verket är, vilket i sin tur leder till felaktiga antaganden om hur olika sannolikheter kombineras. För att motverka detta behöver lärare arbeta med att tydliggöra dessa begrepp genom konkreta exempel och praktiska övningar som utmanar elevernas felaktiga resonemang.

Elevernas förmåga att tolka och använda statistiska visualiseringar är en avgörande faktor för deras förståelse av statistik. Många elever har dock svårt att tolka representationer som stapeldiagram, linjediagram och cirkeldiagram (Watson & Moritz, 1998–1999). Till exempel har elever svårt att beräkna andelar och koppla procentuella värden till vinklar i cirkeldiagram. De får ofta fel på hur de ska beräkna vinkeln för ett visst utfall i förhållande till hela cirkeln (Savard & Manuel, 2015). Elever kan också ha problem med att tolka linjediagram korrekt och förstå vad som representeras av axlarna. De kan även ha svårt att tolka trendändringar över tid (Savard & Manuel, 2016). En orsak till dessa svårigheter är att elever ofta saknar erfarenhet av att arbeta med sådana representationer i meningsfulla kontexter. Att arbeta med autentiska data och att lärare tydligt förklarar sambandet mellan data och graf kan förbättra elevernas tolkning och förståelse av statistiska visualiseringar.

Elever i åldrarna 12–16 möter flera utmaningar inom statistik och sannolikhet (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Deras missuppfattningar grundas ofta i heuristiska tankefel som representativitet och tillgänglighet (Erbas & Ocal, 2024; Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Vidare har elever svårt att förstå centrala begrepp som oberoende händelser och slumpmässighet (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Svårigheter med att tolka och resonera om visualiseringar som cirkeldiagram och linjediagram försvårar deras statistiska resonemang (Watson & Moritz, 1998–1999; Savard & Manuel, 2015, 2016). Lärare måste identifiera och arbeta med dessa svårigheter för att stärka elevernas förståelse och förmåga att arbeta med statistik och sannolikhet. För att åtgärda dessa utmaningar kan lärare använda en kombination av explicita undervisningsmetoder, diagnostiska verktyg och aktiviteter som låter eleverna upptäcka och korrigera sina egna missuppfattningar. Att använda digitala verktyg och simuleringar har också visat sig vara ett effektivt sätt att öka elevernas förståelse av begrepp som slumpmässighet och sannolikhet (Buscher, 2022). Genom att arbeta med både begreppsförståelse och tolkning av visualiseringar kan lärare stötta elever i att utveckla en mer korrekt och stabil förståelse av statistik och sannolikhet.

4.2. Didaktiska strategier och verktyg för att stödja elevers lärande

Att stödja elevers lärande inom statistik och sannolikhetslära kräver flera olika didaktiska strategier och verktyg. Lärare kan använda olika metoder och verktyg för att skapa en

meningsfull och engagerande undervisning som utvecklar elevernas förståelse av begrepp och förmågor att resonera statistiskt (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024; Buscher, 2022). Följande sektion presenterar flera viktiga didaktiska strategier och verktyg baserade på aktuell forskning.

En av de mest centrala strategierna är användningen av kontextbaserad undervisning och undersökande arbetssätt. Genom att koppla statistik och sannolikhet till verkliga situationer kan lärare öka elevernas motivation och förståelse. Savard och Manuel (2016) betonar vikten av att låta elever undersöka verkliga problem och analysera autentiska datamängder. Detta stämmer överens med Buscher (2022), som framhåller att autentiska data skapar möjligheter för elever att knyta samman statistik och sannolikhet med sitt eget liv, vilket kan leda till djupare förståelse och ökad motivation. Denna kombination av praktisk undersökning och autentiska kontexter erbjuder en kraftfull inlärningsmiljö som stärker elevernas intresse och förståelse.

Som lärare är det viktigt att hitta effektiva undervisningsmetoder för att stärka elevers förståelse. Detta inkluderar undersökande lärande, reflektion, diskussioner och användning av exempel från verkligheten. Enligt Erbas och Ocal (2024) gynnas elever av att få delta i diskussioner där de kan jämföra sina lösningar med andra elevers resonemang. Denna interaktiva metodik återspeglas i Buschers (2022) idéer om att elever genom diskussion och reflektion kan fördjupa sin förståelse av centrala begrepp. Vidare menar Batanero och Álvarez-Arroyo (2024) att undersökande undervisning bidrar till att utveckla kritiskt tänkande och statistiskt resonemang, vilket kopplar tillbaka till vikten av autentiska kontexter som betonas av Savard och Manuel (2016).

Användning av digitala verktyg och simuleringar är ytterligare en metod för att stärka elevernas förståelse av sannolikhet och statistik. Buscher (2022) betonar att digitala verktyg kan förenkla komplicerade beräkningar och visualiseringar, vilket ger eleverna möjlighet att fokusera på att förstå begreppen snarare än att utföra tidskrävande beräkningar. Savard och Manuel (2016) stödjer detta genom att lyfta fram hur digitala simuleringar gör det möjligt för elever att experimentera med sannolikhet, vilket i sin tur underlättar förståelsen av begrepp

som slumpmässighet och frekvensfördelningar. De menar att kombinationen av digitala verktyg och simuleringar gör undervisningen mer interaktiv och bidrar till att elever kan upptäcka mönster och samband i data.

Exempel och uppgifter för att stärka förståelsen spelar en viktig roll för att utveckla elevernas begreppsförståelse. Enligt Iversen och Nilsson (2019) är det viktigt att använda varierade uppgifter som utmanar elevernas befintliga tänkande och introducerar nya sätt att resonera. Savard och Manuel (2016) betonar att dessa uppgifter bör kopplas till verkliga kontexter för att göra lärandet mer relevant. Dessutom påpekar Buscher (2022) att uppgifter som innehåller autentiska data kan göra elever mer motiverade och engagerade. Att kombinera Iversen och Nilssons (2019) fokus på utmanande uppgifter med Savard och Manuels (2016) koppling till verkligheten skapar en kraftfull pedagogisk modell där elever kan både fördjupa sin begreppsförståelse och få en känsla av mening och relevans i sitt lärande.

Slutligen är undervisningsmodeller och pedagogiska ramverk avgörande för att organisera och effektivisera undervisningen. Problembaserat lärande och undersökande arbetssätt är vanliga ramverk som används inom statistikundervisning (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Genom att kombinera Batanero och Álvarez-Arroyos (2024) ramverk med Buschers (2022) betoning på formativ bedömning skapas en metodik där elever kan få kontinuerlig feedback på sina resonemang och uppgifter. Detta överensstämmer med Iversen och Nilssons (2019) betoning på vikten av att utmana elevernas tänkande och låta dem identifiera och korrigera sina missuppfattningar. Att låta eleverna arbeta med verklighetsbaserade problem, som förespråkas av Savard och Manuel (2016), ger ytterligare dimensioner till problembaserat lärande genom att koppla teoretisk kunskap till praktiska tillämpningar.

4.3. Lärarens roll och undervisningens utmaningar i statistik och sannolikhet

Undervisning i statistik och sannolikhet ställer höga krav på lärarnas didaktiska och pedagogiska kompetens. Lärarens roll är central för att stödja elevernas utveckling av

begreppsförståelse och förmåga att resonera statistiskt (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024; Buscher, 2022). Samtidigt möter lärare flera utmaningar som kan påverka undervisningens effektivitet (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024; Buscher, 2022). I denna sektion presenteras nyckelaspekter av lärarens roll och de huvudsakliga utmaningarna i undervisningen av statistik och sannolikhet.

En viktig del av lärarens roll är förståelsen av elevers missuppfattningar. Att kunna identifiera och åtgärda vanliga missuppfattningar är avgörande för att stödja elevers begreppsförståelse. Batanero och Álvarez-Arroyo (2024) påpekar att elever ofta har svårt att förstå begrepp som slumpmässighet och oberoende händelser. Lärare måste vara medvetna om dessa missuppfattningar för att kunna anpassa sin undervisning. Buscher (2022) betonar vikten av att använda diagnostiska verktyg för att identifiera elevernas tankesätt och ge riktad återkoppling.

Lärare måste också göra medvetna val kring undervisningens fokus. Detta handlar om att balansera mellan att undervisa procedurer, som att rita cirkeldiagram, och att utveckla elevernas förmåga att resonera statistiskt. Savard och Manuel (2016) förespråkar att lärare bör fokusera på att förklara de matematiska principerna bakom procedurerna, snarare än att enbart träna eleverna i att följa instruktioner steg för steg. Detta är i linje med Erbas och Ocal (2024), som betonar vikten av att koppla procedurkunskap till meningsfulla kontexter. Lärare måste kunna skapa en balans där eleverna får tillgång till både praktiska färdigheter och en djupare begreppsförståelse.

En annan aspekt av lärarens roll är att kunna undervisa olika perspektiv på sannolikhet. Statistik och sannolikhet innefattar flera synsätt, såsom det klassiska, det frekvensbaserade och det subjektiva perspektivet. Att låta elever möta dessa olika perspektiv är avgörande för att utveckla en bred förståelse av ämnet (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Buscher (2022) menar att undervisning i dessa perspektiv kan göras genom att låta eleverna arbeta med verklighetsbaserade problem och diskutera olika tolkningar av sannolikhet. Lärare spelar en central roll i att förklara skillnaderna mellan perspektiven och visa hur de kan tillämpas i olika sammanhang.

Formativ bedömning och diagnostiska verktyg är viktiga inslag i lärarens arbete för att stödja elevernas utveckling. Att använda formativ bedömning gör det möjligt för lärare att kontinuerligt fånga upp elevernas tankegångar och identifiera felaktiga resonemang. Buscher (2022) påpekar att diagnostiska verktyg kan ge lärare en inblick i vilka begrepp eleverna kämpar med, vilket gör att åtgärder kan sättas in i tid. Formativ bedömning kan innefatta aktiviteter där eleverna ombeds att förklara sina lösningar, motivera sina val och identifiera misstag. Detta öppnar upp möjligheter för diskussion och reflektion i klassrummet (Erbas & Ocal, 2024).

Trots de strategier som lärare använder finns det flera utmaningar och hinder för effektiv undervisning i statistik och sannolikhet. En vanlig utmaning är att eleverna ofta har svårt att tolka statistiska visualiseringar, som linjediagram, cirkeldiagram och stapeldiagram (Savard & Manuel, 2016). Lärare måste hjälpa eleverna att förstå dessa representationer och se sambandet mellan grafen och de data den representerar. Ytterligare en utmaning är att lärare själva ibland känner osäkerhet kring vissa begrepp inom sannolikhet och statistik (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). Detta kan leda till en undervisning som betonar procedurer snarare än begreppsförståelse. Savard och Manuel (2016) menar att fortbildning av lärare inom statistik och sannolikhet är nödvändig för att de ska kunna förmedla djupare kunskap till sina elever.

4.4. Resultatsammanfattning

Elever i åldrarna 12–16 år möter betydande utmaningar inom statistik och sannolikhetslära, inklusive missuppfattningar och svårigheter kopplade till centrala begrepp som slumpmässighet, sannolikhet och oberoende händelser. Vanliga tankefel, som representativitets- och tillgänglighetsheuristik, leder till felaktiga slutsatser och påverkar elevers resonemang negativt. Elever har också svårt att tolka och använda statistiska visualiseringar som cirkeldiagram och linjediagram, vilket försvårar förståelsen av statistiska samband och mönster.

För att stödja elevernas lärande krävs en kombination av didaktiska strategier, inklusive kontextbaserad undervisning, användning av autentiska data och digitala verktyg, samt undersökande arbetssätt. Diagnostiska verktyg och formativ bedömning spelar en central roll i att identifiera och åtgärda missuppfattningar. Genom att erbjuda varierade och verklighetsanknutna uppgifter kan elevernas förståelse och engagemang öka.

Lärarnas roll är avgörande för att övervinna dessa utmaningar. Förutom att förstå och åtgärda elevernas missuppfattningar behöver lärare balansera mellan procedurkunskap och djupare begreppsförståelse. Vidare krävs fortbildning för att stärka lärarnas kunskaper inom statistik och sannolikhet, vilket kan bidra till en mer meningsfull och effektiv undervisning.

5. Diskussion och slutsats

5.1. Diskussion

Att få elever att förstå statistik och sannolikhet är en av de stora utmaningarna inom matematikundervisning eftersom dessa ämnen spelar en avgörande roll i hur elever kan navigera och fatta beslut i en alltmer datadriven värld. Forskning har visat att elever som arbetar med verkliga data, som exempelvis trender på sociala medier eller resultat från sportevenemang, ofta känner ett större intresse och engagemang för ämnet (Buscher, 2022; Watson & Moritz, 1998–1999). Vår kunskapsöversikt visar att genom att identifiera vanliga missförstånd och erbjuda praktiska verktyg kan vi skapa mer inkluderande och engagerande lärandemiljöer för elever i åldrarna 12–16 år. I dagens samhälle, där data och siffror finns överallt, är det extra viktigt att elever lär sig att tänka statistiskt. Det handlar inte bara om att förstå och analysera data, utan också om att kunna kritiskt granska källor och förstå hur data kan användas för att påverka beslut i samhället (Buscher, 2022; Savard & Manuel, 2016). Statistik är inte bara en del av ett skolämne utan en färdighet som påverkar hur vi tolkar information, tar beslut och förstår världen runt omkring oss.

5.1.1. Vanliga svårigheter och lärarens roll i att hantera dem

De vanligaste svårigheterna för elever mellan 12–16 år inom statistik och sannolikhet är kopplade till missförstånd kring grundläggande begrepp som oberoende händelser och sannolikhetsresonemang (Erbas & Ocal, 2024). Elever använder ofta enkla men felaktiga strategier, vilket kan leda till systematiska fel och intuitiva tankemönster, såsom spelarens felslut, där en slumpmässig händelse antas ge ett visst resultat (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024). För att hjälpa eleverna att bättre förstå komplexa begrepp kan verktyg som trädidiagram och interaktiva simuleringar vara effektiva. Samtidigt spelar diagnostiska verktyg en viktig roll för läraren, eftersom de kan användas för att identifiera och kartlägga elevernas specifika svårigheter, vilket gör det möjligt att anpassa undervisningen och stödet (Buscher, 2022).

Dessa kombinerade insatser kan ge eleverna möjlighet att utforska och experimentera med slumpmässighet, vilket i sin tur stärker deras förståelse för hur slumpmässighet fungerar i praktiken. För att hjälpa eleverna behöver undervisningen vara genomtänkt, engagerande och anpassad till deras behov, vilket kan vara utmanande att implementera i praktiken. Begränsade resurser, varierande socioekonomiska förutsättningar och lärarens tillgång till fortbildning påverkar möjligheterna att skapa en optimal lärmiljö.

5.1.2. Motivation genom vardagliga exempel

Statistik och sannolikhet är inte bara viktigt i skolan utan påverkar hur vi tar beslut i vardagen. Hur vet vi om en nyhet är trovärdig? Hur kan vi bedöma risker eller förstå enkla saker som väderprognoser? Forskning visar att elever lär sig bättre om undervisningen kopplas till verkliga problem, som klimatförändringar eller sociala frågor (Savard & Manuel, 2016; Buscher, 2022). Till exempel kan analyser av data från lokala samhällsfrågor, som trafikmönster eller vattenförbrukning, hjälpa elever att få en bättre förståelse för hur statistik används i vardagen (Buscher, 2022). Dessutom kan användning av verkliga data, som statistik från sportvärlden eller samhällsfrågor, bidra till att göra statistik mer tillgängligt och engagerande för eleverna. Sportdata, till exempel statistik från fotbollsmatcher eller hockeyligor, kan ge en konkret och rolig koppling till ämnet. Detta kan hjälpa elever att se nyttan av statistik i verkliga livet, samtidigt som det stärker deras analytiska förmågor. När elever får jobba med riktiga data och använda digitala verktyg kan de experimentera och dra egna slutsatser. Det gör inte bara att de lär sig bättre, utan också att de känner att ämnet är relevant och viktigt. Watson och Moritz (1998) menar att sådana metoder hjälper elever att bättre förstå grundläggande begrepp och se kopplingar mellan teori och praktik. Genom att ta exempel från elevernas egna intressen, som sport eller sociala medier, kan lärare göra statistik mer relevant och visa hur den faktiskt kan användas i deras vardag (Savard & Manuel, 2015). När elever kan relatera statistik till sin egen vardag ökar också deras motivation att lära sig.

5.1.3. Digitala verktyg

Många elever kämpar dock med att tolka diagram och förstå sannolikheter. Iversen och Nilsson (2019) pekar på att cirkeldiagram ofta är svåra att tolka. Det här visar att vi behöver bygga upp elevernas färdigheter stegvis, med övningar och diskussioner. Ett sätt att göra detta på är att börja med stapeldiagram och sedan gradvis gå vidare till cirkeldiagram, så att eleverna får en bättre förståelse för hur olika typer av visualiseringar hänger ihop (Buscher, 2022). Här kan också inspiration hämtas från internationella exempel, såsom interventionsstudierna av Buscher (2022), som förespråkar integrering av digitala verktyg i olika undervisningsmoment för att gradvis stärka elevernas statistiska tänkande. Till exempel kan lärare börja med att förklara hur olika typer av visualiseringar fungerar och vad de visar. En annan strategi kan vara att använda interaktiva program där eleverna själva får ändra på data och se hur visualiseringarna förändras direkt, vilket gör lärandet både mer dynamiskt och engagerande (Watson & Moritz, 1998). En kombination av lärarledd undervisning och självständigt arbete där eleverna får utforska själva kan hjälpa dem att upptäcka och rätta sina egna missförstånd (Erbaş & Ocal, 2024). Digitala simuleringar är ett annat bra hjälpmedel, men deras framgång beror på hur väl de integreras i undervisningen (Buscher, 2022; Watson & Moritz, 1998). Läraren har en viktig roll här, både som vägledare och som någon som ger konkreta exempel för att förklara svåra begrepp. Det kan handla om att visa hur man läser av data från ett stapeldiagram eller att förklara varför sannolikheten för en viss oberoende händelse inte påverkas av tidigare utfall.

5.1.4. Lärarens roll

Vi har sett att det finns många effektiva metoder och verktyg för att hjälpa elever att förstå statistik och sannolikhet, där diagnostiska verktyg spelar en viktig roll för att identifiera elevers svårigheter. För att dessa verktyg ska vara framgångsrika krävs att lärare har tillgång till tillräcklig utbildning och stöd för att använda dem på ett effektivt sätt. Workshops, utvecklingsprogram och samarbete med forskare kan hjälpa lärare att både stärka sina ämneskunskaper och lära sig att tillämpa nya undervisningsmetoder i praktiken. Praktiska övningar och användning av simuleringar kan också vara kraftfulla verktyg för att skapa en

dynamisk och forskningsbaserad undervisning som stärker elevernas förståelse och resultat (Erbas & Ocal, 2024). Samtidigt är det viktigt att simuleringar och andra digitala verktyg kopplas till elevernas kontext för att undvika ytlig förståelse. Genom att exempelvis simulera tärningskast eller analysera slumpmässiga händelser kan elever få en konkret förståelse för begrepp som oberoende händelser. För att lyckas med detta spelar lärarens roll som vägledare en central roll. Lärare behöver inte bara behärska ämnet utan också ha tillgång till nätverk och resurser som stödjer dem i undervisningen. Genom att dela erfarenheter och material, särskilt i områden med begränsade resurser, kan lärare skapa en miljö där statistik känns relevant och begripligt för eleverna, vilket stärker både deras kunskaper och självförtroende att använda statistik i olika sammanhang (Savard & Manuel, 2016; Watson & Moritz, 1998).

Det finns dock begränsningar i vår undersökning, särskilt eftersom många av de studier vi analyserade bygger på internationella kontexter. Detta väcker frågor om hur generaliserbara resultaten är för de svenska klassrummen, där pedagogiska traditioner och resurser kan skilja sig avsevärt. Validiteten i de presenterade slutsatserna bör därför tolkas med viss försiktighet och belyser behovet av mer forskning som explicit undersöker svenska förhållanden. Det skulle till exempel vara intressant att titta på hur svenska lärare anpassar digitala verktyg för att hantera socioekonomiska skillnader, en fråga som ofta inte får tillräcklig uppmärksamhet i internationella studier (Buscher, 2022). Många av de studier vi analyserade fokuserade på internationella kontexter, vilket gör det svårt att fullt ut applicera resultaten i svenska klassrum. Dessutom påverkar faktorer som resurstillgång och socioekonomiska skillnader mellan skolor möjligheterna att implementera föreslagna metoder. Dessa begränsningar visar på behovet av framtida forskning som specifikt undersöker hur undervisningsstrategier och verktyg kan anpassas till den svenska skolsituationen. Sådan forskning skulle kunna belysa både styrkor och svagheter i nuvarande metoder och bidra till en mer hållbar och effektiv undervisningspraktik. Många av studierna vi tittat på är från andra länder och kan skilja sig från hur det ser ut i svenska skolor. Vi behöver mer forskning från svenska klassrum för att verkligen förstå vilka metoder som fungerar bäst här. Dessutom kan saker som resurser och socioekonomiska skillnader mellan skolor påverka hur bra en viss metod fungerar. En studie som fokuserar på svenska förhållanden skulle kunna undersöka hur samarbeten mellan skolor i resurssvaga områden kan bidra till att dela verktyg och strategier (Savard & Manuel, 2016). En del skolor kanske inte har tillgång till samma digitala verktyg eller tid för att genomföra

vissa typer av aktiviteter. Vi tror också att mer forskning som tittar på hela undervisningsmiljön, istället för enskilda metoder, skulle kunna ge en mer komplett bild av vad som hjälper elever att lyckas. Att förstå hur olika faktorer samverkar, som lärarens kompetens, skolans resurser och elevernas bakgrund, är avgörande för att skapa en effektiv undervisning.

5.2. Metoddiskussion

Vår metod för att samla in och analysera litteratur har både styrkor och svagheter. Genom att använda ERC som primär databas kunde vi säkerställa hög akademisk kvalitet, då plattformen erbjuder peer-reviewed artiklar. Google Scholar kompletterade vår sökning och möjliggjorde att identifiera ytterligare relevanta källor, särskilt från forskare som Annie Savard.

En begränsning är att vi fokuserade på ett relativt litet antal källor och huvudsakligen använde ERC. Detta kan ha begränsat bredden i vår översikt, då andra databaser som ERIC kunde ha tillfört fler perspektiv. Även om vår sökning med booleska operatörer och specifika sökord var effektiv, fanns en risk att relevanta studier exkluderades på grund av språk eller kombinationer av sökord. För att åtgärda detta inkluderade vi senare sökord som "Sweden" och "Swedish" för att identifiera studier med svensk kontext.

En utmaning är att många analyserade studier bygger på internationella kontexter, vilket väcker frågor om generaliserbarhet till svenska klassrum med sina unika pedagogiska traditioner och resurser. Detta belyser behovet av mer forskning som specifikt undersöker svenska förhållanden, exempelvis hur lärare hanterar socioekonomiska skillnader eller anpassar digitala verktyg (Buscher, 2022; Savard & Manuel, 2016).

Sammanfattningsvis möjliggjorde vår metod en noggrann analys av inkluderat material, men framtida studier bör använda fler databaser och inkludera bredare urval för en mer omfattande bild av forskningsfältet. Trots dessa begränsningar anser vi att vårt arbete bidrar till kunskapen om statistik- och sannolikhetsundervisning i grundskolan.

5.3. Slutsats

Vår kunskapsöversikt besvarar frågan om vilka vanliga svårigheter elever mellan 12–16 år möter inom statistik och sannolikhet genom att lyfta fram att dessa ofta handlar om missförstånd kring oberoende händelser och spelarens felslut. När det gäller frågan om vilka undervisningsstrategier och verktyg som bäst stödjer elevernas lärande, visar resultaten att metoder som bygger på verkliga data och kopplingar till samhällsfrågor gör ämnet mer engagerande och relevant för elever. Det ger också eleverna verktyg att använda statistik i sin vardag.

För lärare innebär detta att ämneskompetens och tillgång till bra verktyg är avgörande för att anpassa undervisningen. Dock varierar tillgången till resurser mellan svenska skolor, vilket påverkar möjligheterna att implementera exempelvis digitala verktyg. Skolor med begränsade resurser kan behöva extra stöd, exempelvis genom statliga satsningar eller samarbete med andra skolor, för att möjliggöra en jämlik implementering av dessa metoder. Diagnostiska metoder och digitala simuleringar kan spela en central roll för att stötta elevernas förståelse, men deras effektivitet beror på hur väl de anpassas till olika skolmiljöer. Till exempel kan skolor med god tillgång till teknologi dra större nytta av digitala simuleringar, medan skolor med begränsade resurser kan behöva enklare, kostnadseffektiva alternativ för att nå samma mål. Samtidigt kan fortbildning och samarbete med andra lärare skapa nya möjligheter att utveckla undervisningen och dela erfarenheter.

5.4. Fortsatt forskning

En utmaning i vår studie är att mycket av forskningen bygger på internationella data, vilket kan begränsa relevansen för svenska skolor. Därför behövs mer forskning som undersöker hur dessa metoder kan anpassas till svenska klassrum, särskilt med fokus på hur socioekonomiska faktorer och varierande resurser påverkar implementeringen. Exempelvis kan framtida studier fokusera på tvärvetenskapliga projekt eller användning av sportdata, vilket Watson och Moritz (1998) föreslår kan skapa en starkare koppling mellan teori och praktik. Dessa projekt skulle

också kunna fylla forskningsluckor kring hur elever engageras genom autentiska och relevanta exempel från verkliga livet.

Ett examensarbete skulle även kunna utforska hur digitala verktyg kan minska vanliga missförstånd och förbättra elevernas resultat. Genom att fortsätta utveckla undervisningen kan vi ge eleverna både kunskap och självförtroende att hantera statistik i framtiden. Denna undersökning kan ha sin grund i frågan:

Hur kan digitala verktyg användas för att förbättra elevernas resultat i sannolikhet och statistik?

Ett möjligt tillvägagångssätt för denna studie är att arbeta på ett liknande sätt som Savard och Manuel (2015) gjorde i sin forskning. Vi kan utforska hur två högstadielärare integrerar digitala verktyg i undervisningen av statistik och sannolikhet. Genom att filma lektioner där elever använder interaktiva visualiseringsverktyg och genomföra gruppdiskussioner med lärarna, kan man analysera hur digitala verktyg kan bidra till att förbättra elevernas förståelse och resultat. Fokus kan ligga på hur verktygen stödjer utvecklingen av statistiska resonemang, elevernas kritiska granskning av data samt deras förmåga att tillämpa statistiska och sannolikhetsrelaterade begrepp i autentiska sammanhang. Studien kan syfta till att identifiera både möjligheter och utmaningar i användningen av digital teknik inom området.

6. Referenser

- Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM-Mathematics Education*, 56(1), 5-17.
- Buscher, C. (2022). Design Principles for Developing Statistical Literacy in Middle Schools. *Statistics Education Research Journal*, 21(1), pp. 1-16.
- Carmichael, C., Callingham, R., & Watson, J. (2009). Factors Influencing the Development of Middle School Students' Interest in Statistical Literacy. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), pp. 62-81.
- Erbas, A. K., & Ocal, M. F. (2024). Students' intuitively-based (mis)conceptions in probability and teachers' awareness of them: the case of heuristics. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 55(6), ss. 1444-1480.
- Iversen, K., & Nilsson, P. (2019). Lower secondary school students' reasoning about compound probability in spinner tasks. *Journal of Mathematical Behavior*, 56.
- Savard, A., & Manuel, D. (2015). Teaching Statistics in Middle School Mathematics Classrooms: Making Links with Mathematics but Avoiding Statistical Reasoning. *Proceedings of the 38th Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)*. Adelaide: Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA).
- Savard, A., & Manuel, D. (2016). Teaching Statistics: Creating an Intersection for Intra and Interdisciplinarity. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), pp. 239-256.
- Skolverket. (2022). *Kursplan i matematik för grundskolan (Lgr22)*. Hämtat från Skolverket: <https://www.skolverket.se>
- Skolverket. (2022). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2022 (Lgr22)*. Hämtat från Skolverket: <https://www.skolverket.se>
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1998). The Beginning of Statistical Inference: Comparing Two Data Sets. *Educational Studies in Mathematics*, 37(2), 145-168.

Wery, J., & Thomson, M. M. (2013). Motivational strategies to enhance effective learning in teaching struggling students. *Support for Learning*, 28(3), 103-108.

Östlund, L. (2012). Informationssökning. i F. Fridberg, *Dags för uppsats - vägledning för litteraturbaserade examensarbeten*. Lund, Sverige: Studentlitteratur.