

Modul: Matematikundervisning med IKT
Del 2: Orkestrering av matematikundervisning med stöd av IKT

Orkestrering av matematikundervisning med stöd av IKT

Håkan Sollervall & Ulrika Ryan Malmö högskola; Ola Helenius, NCM & Thomas Linge-fjärd, Göteborgs universitet

I den här texten riktas fokus mot hur digitala verktyg kan användas för att förstärka innehållet i den befintliga matematikundervisningen. I modulens senare delar beskrivs hur de digitala verktygen kan användas för att transformera matematikundervisningens innehåll på ett sätt som inte hade varit möjligt att göra utan stöd av dessa verktyg. För att uppnå goda resultat med dessa nya former av undervisning krävs en väl genomtänkt *orkestrering*. Syftet med denna text är att lyfta fram orkestreringens betydelse för matematikundervisning. Begreppet orkestrering behandlas mer utförligt senare i texten utifrån den kortfattade definition som ges nedan. Orkestreringen består av både förberedelser och genomförande av undervisning:

- Förbereda:
 - didaktisk organisation (uppgifter, material, verktyg, etc.)
 - plan för genomförande (interaktion, arbeta enskilt-par-alla, etc.)
- Genomföra:
 - implementera planen med stöd av den didaktiska organisationen.

Särskilt för ovana teknikanvändare kan det vara en fördel att börja med väl beprövade digitala verktyg och undersöka hur de kan användas för att ge eleverna ett ännu bättre utbyte av den undervisning som redan bedrivs. Ett exempel på en förhållandevis enkel teknisk lösning är att använda dokumentkamera för att presentera elevers lösningar på tavlan och följa upp dem i en helklassdiskussion. Med stöd av dokumentkameran och en projektor kan elevernas konstruktioner visas på tavlan precis så som de ser ut på pappret. Ett möjligt resultat visas i figur 1.

Andreas	Yasser	Emma
$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{2}{9}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 0,25 + 0,20$ $= 0,45$ $= \frac{45}{100}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$

Figur 1: Tre försök att utföra beräkningen $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$.

Lösningarna kan alternativt skannas in eller fotograferas med en mobiltelefon eller datorplatta, varifrån bilderna kan överföras till ett gemensamt dokument som kan visas på tavlan.

Om eleverna har arbetat med uppgifterna i sina datorer kan lösningarna projiceras direkt på tavlan eller skickas digitalt till läraren som visar lösningarna via en dator i klassrummet.

Sådana tekniska lösningar ger förutsättningar för en dynamisk undervisning där många lösningar kan visas, diskuteras och jämföras med varandra. Alla elever får vara beredda på att just deras lösning kan komma att visas upp, läraren kan välja vilka lösningar som ska visas samtidigt, ingen lösning behöver tas bort utan kan tillfälligt läggas åt sidan för att snabbt tas fram igen när den behövs. Genom att redovisningen av lösningar går snabbt och smidigt, utan att varje lösning måste skrivas på tavlan, kan större delen av lektionstiden utnyttjas till matematiskt fokuserade diskussioner. Andra fördelar med digitala bilder är att det går att rita och göra tillägg direkt på tavlan utan att de digitalt projicerade bilderna påverkas. Både elever och lärare kan våga skriva eller rita i bilderna eftersom det som läggs till snabbt kan suddas bort om så önskas. Fler elever blir delaktiga och bidrar till ökad interaktion i klassrummet.

För att denna typ av undervisning ska bli givande måste läraren noga ha tänkt igenom vilka uppgifter eleverna ska arbeta med och hur de ska arbeta med uppgifterna. Läraren bör dessutom ha en plan för att ta hand om och utveckla elevernas idéer och matematiska konstruktioner. Eleverna bjuds in att presentera och diskutera egna och andras lösningar i helklass och lär sig därigenom att ta eget ansvar för sitt lärande. De aktuella lärandemålen måste vara tydliga, i form av konkreta mål som kan kommuniceras till eleverna och användas som utgångspunkt för att planera och följa upp undervisningen.

Ett exempel: Att undervisa addition av bråk med olika nämnare

Addition av bråk kan utföras med så kallade Cuisenaire-stavar, där varje stavs längd representerar ett stambråk. En addition utförs genom att flera stavar läggs efter varandra. Bråkens summa representeras då av stavarnas sammanlagda längd. Det går att göra liknande digitalt, genom att arbeta med bilder i ett digitalt ritprogram.

I figur 2 visas bilder av digitala Cuisenaire-stavar som en lärare har sparat i en fil på en dator i klassrummet. Filen innehåller smala rektangelbilder till och med sjättedelar. Läraren har även sparat en version av filen där det inte finns några symbolbeteckningar i bilderna.



Figur 2: Bild av digitala Cuisenaire-stavar, med och utan symboler.

Läraren har planerat att börja med att visa hur Cuisenaire-stavarna fungerar och sedan ska eleverna få testa själva. Fast läraren har ännu inte bestämt sig för hur mycket hon ska visa. Hon vet att hennes elever brukar komma på en hel del på egen hand om de får chansen att

tänka och testa själva, men alla kanske inte kommer på lika mycket. Därför har hon planerat att följa upp elevernas arbete med en gemensam diskussion i slutet av lektionen. I denna diskussion ska filmen med rektangelbilder projiceras på skrivtavlan. Bilderna ska sedan flyttas, av eleverna själva eller av läraren, för att hjälpa eleverna att förklara hur de har adderat med hjälp av trästavarna. Förflyttningarna av de digitala stavarna kan göras direkt på en interaktiv skrivtavla eller genom att använda datorn. Varje addition som utförs med bilder kan sammanfattas med symboler, som kan skrivas direkt på tavlan. Det går alltså bra att blanda digitala och vanliga ritade bilder på skrivtavlan.

Detta exempel speglar bara en del av den komplexa problematik som alla lärare förväntas hantera under snäva tidsramar och med begränsade resurser. Läraren planerar hur klassrummet ska organiseras, vilka verktyg som ska användas, hur undervisningen ska genomföras och då speciellt hur klassrummets alla resurser ska användas. Dessa resurser utgörs inte enbart av olika slags material, utan inkluderar också läraren och eleverna.

Stimulera elevernas matematiska konstruktioner

Många lärare och forskare är överens om att elevers lärande gynnas av att eleverna är aktiva i klassrummet och då inte enbart aktiva i den meningen att de löser rutinuppgifter enligt en viss algoritm, utan att de är engagerade i kreativ problemlösning och kreativa resonemang tillsammans med andra elever och med läraren (Jonsson, Norqvist, Liljekvist & Lithner, 2014; Hoyles, 2001). Flera av de matematiska förmågorna i läroplanen (Skolverket, 2011) relaterar till *kreativa* eller *konstruerande* aktiviteter, som förutsätter att eleverna tar egna initiativ och agerar självständigt i undervisningen. Exempelvis ska eleverna utveckla sin förmåga att välja och värdera strategier, analysera begrepp och samband mellan begrepp, formulera och värdera resonemang, samt samtala om, argumentera och redogöra för matematiska företeelser. Även om elever också behöver utveckla procedurförmåga genom att lösa rutinuppgifter, så visar aktuell forskning att undervisning som stimulerar konstruerande aktiviteter ger bättre lärandeffekter än en undervisning där eleverna enbart är aktiva med att lösa rutinuppgifter (Chi, 2009; Jonsson m.fl., 2014).

Konstruerande beteende kan uppnås med kognitivt aktiverande undervisning. Sådan undervisning har inom det tyska COACTIV-projektet (Kunter m.fl., 2013) visat sig leda till bättre elevprestationer. Allra bäst lärandeffekter uppnås om elever engagerar sig i konstruerande aktiviteter tillsammans med andra dvs. när eleverna är *interaktiva och konstruerande* (Chi, 2009). Det ger dock bättre lärandeffekter om eleven är konstruerande på egen hand jämfört med att tillsammans med andra arbeta med rutinuppgifter. Att vara kreativ innebär att *utmana och ibland bryta* det didaktiska kontraktet (Brousseau, 1997), som ska vara så löst hållet och förhandlingsbart att det tillåter eleven att ta egna initiativ i matematikundervisningen och att göra egna matematiska konstruktioner. Att använda elevernas egna konstruktioner (Papert & Harel, 1991) som underlag i matematikundervisningen stimulerar till diskussioner och resonemang, där eleverna har en naturligt framträdande roll.

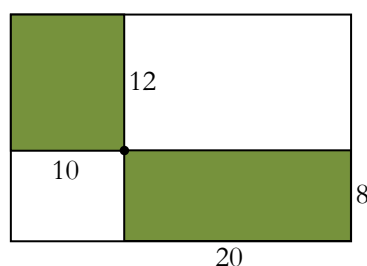
Eleverna motiveras att bidra när de ser att deras arbete kommer till användning i klassrummet och integreras i undervisningen. Därmed är det inte sagt att eleverna alltid måste arbeta

tillsammans. Elever tänker olika fort och på olika sätt, varför de också bör få möjlighet att ibland arbeta enskilt med att göra egna matematiska konstruktioner. Annars finns risk att de ”snabba” eleverna dominerar och att de eftertänksamma ger upp eftersom de inte hinner med. Det enskilda arbetet bör dock övergå till arbete i mindre grupper och i helklass, enligt modellen ”enskilt-parvis-alla”, för att ge alla elever möjlighet att diskutera, jämföra och värdera lösningar. Avgörande för att detta ska fungera är att eleverna får arbeta med lagom utmanande uppgifter som stimulerar till egna undersökningar och som är utformade så att de leder till intressanta matematiska upptäckter och insikter.

Uppgiften Samma area: Kan du göra så att areorna blir lika stora?

En lektion inleds med att läraren hänvisar till en bild på tavlan (se figur 3) och säger:

Idag ska vi arbeta med en uppgift som handlar om area. Kommer ni ihåg area?
Kan ni räkna ut areorna av de två färgade rektanglarna i bilden?



Figur 3: En figur som används för att introducera uppgiften *Samma area*.

Några elever räcker direkt upp händerna. De tycker att det var ganska enkla tal och de kommer ihåg att de ska multiplicera bas med höjd för att räkna ut area av en rektangel. Efter en kort diskussion är de överens om att areorna är 120 och 160, fast det syns inte vilken enhet det är i figuren.

Eleverna har varit aktiva, till och med interaktiva, när de har samspelat med läraren och svarat på hennes frågor, men de har ännu inte bjudits in att vara kreativa och konstruerande. De väntar på att något mer ska hända.

Läraren fortsätter: Ser ni punkten där rektanglarna möts? Tänk er att ni kan flytta på den. Kan ni flytta den så att de färgade areorna blir lika stora? Testa på rutpapper! Försök hitta så många lösningar som möjligt!

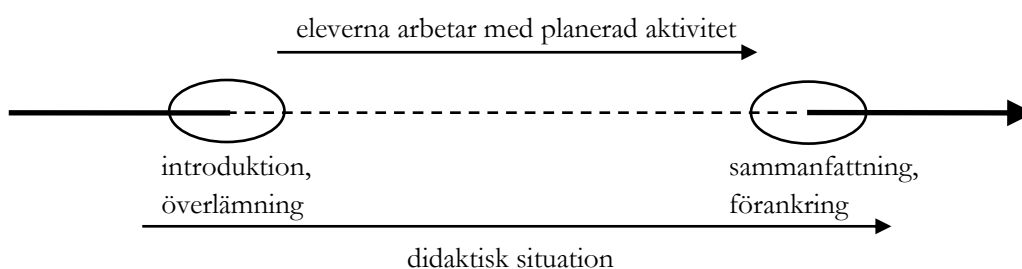
Nu är det inte längre självklart för eleverna vad de ska göra. De måste själva gissa och testa om gissningen stämmer genom att beräkna areor. Nu har läraren bjudit in dem att vara kreativa och konstruerande. Detta är en bra utgångspunkt för lärande av matematik.

En didaktisk struktur för matematikundervisning

När digitala beräkningsverktyg (exempelvis miniräknare) används i undervisningen är det lätt hänt att de tar över undervisningen och att matematiken hamnar i skymundan. Andra

digitala verktyg (exempelvis dokumentkamera) kan tvärtom användas av läraren för att lyfta fram, diskutera och sammanfatta det matematiska innehållet i elevernas egna konstruktioner.

Brousseaus (1997) teori för didaktiska situationer erbjuder en övergripande struktur för matematikundervisning som både stimulerar konstruerande aktiviteter och ser till att elevernas konstruktioner kopplas till den matematik de ska lära sig. Denna struktur (se figur 4) bygger på att en väl planerad matematisk aktivitet introduceras för eleverna, som sedan arbetar med den enskilt eller i mindre grupper. Läraren är inte passiv under det att eleverna arbetar med uppgiften utan uppmuntrar elever som behöver stöttning att reda ut så mycket som möjligt på egen hand. Läraren är också uppmärksam på olika lösningsförslag och metoder som eleverna använder och skapar sig en bild över lösningar som är representativa för den variation som återfinns i elevernas lösningsförslag. Dessutom observerar läraren att eleverna är på väg mot matematiska lärandemål. Aktiviteten avslutas med en lärarledd sammanfattning, där läraren och eleverna sammanfattar och reflekterar över sina erfarenheter och över vad de har lärt sig. Läraren ser till att elevernas nya erfarenheter placeras i ett matematiskt sammanhang och förankrar dem både i den matematik de redan kan och mot den matematik de ska lära sig.

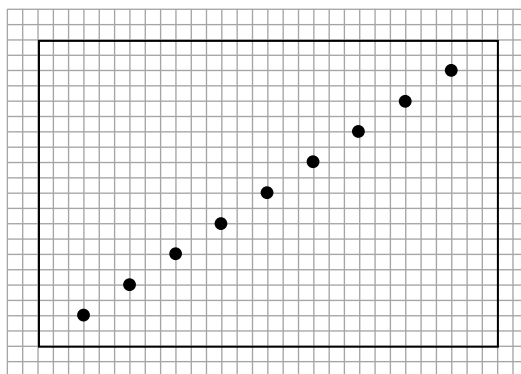


Figur 4: Schematisk översikt av strukturen i en didaktisk situation.

Om denna sammanfattande fas uteblir finns stor risk att eleverna enbart tar till sig ytliga aspekter av aktiviteten och inte tillräckligt bearbetar de nya matematiska erfarenheter som riktar sig mot uppnående av lärandemålen. Läraren hjälper inte bara till att leda elevernas diskussioner utan också genom att organisera och beskriva deras erfarenheter med matematiska begrepp och strukturer. Medan elevernas eget arbete kan karakteriseras i termer av att konstruera matematik i social interaktion, så riktar sig den sammanfattande fasen främst till deras personliga kognitiva utveckling och förståelse.

Samma area: En väl genomtänkt matematikuppgift

Uppgiften *Samma area* är utformad för att stimulera och stödja elevernas arbete med att konstruera lösningar. Dels är sidornas längder 30 och 20 valda så att uppgiften har flera heltalslösningar avseende både bas och höjd, dels ska eleverna uppmanas att rita på rutpapper så att de kan hitta dessa lösningspunkter på själva rutnätet (se figur 5). Om sidlängderna istället hade varit 30 och 16 hade endast mittpunkten gett heltalslösningar. Genom valet av sidlängderna 30 och 20, samt uppmaningen att arbeta med rutpapper, har läraren skapat förutsättningar för att eleverna på egen hand ska kunna hitta fler lösningspunkter än den närmast självklara punkten i mitten (figur 5).



Figur 5: Några olika lösningar till uppgiften *Samma area*.

Det finns alltså goda förutsättningar för att något intressant kommer att hända när eleverna väl tar itu med sina konstruerande undersökningar.

Förutom att välja ut bra uppgifter och uppmuntra eleverna att arbeta med just dessa uppgifter, så måste läraren följa upp elevernas arbete och då inte enbart genom att bekräfta eller justera. Läraren måste framför allt koppla ihop elevernas konstruktioner med den matematik de ska lära sig enligt grundskolans läroplan (Skolverket, 2011), exempelvis ”använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser”.

Att hantera oväntade elevlösningar

Det är viktigt för läraren att noga tänka igenom vilka uppgifter eleverna ska arbeta med och att även ha tänkt igenom vilka strategier och lösningar eleverna kan tänkas komma fram till. Då blir det enklare att hantera enstaka oväntade lösningar. Även erfarna lärare kan ibland bli överraskade av en oväntad elevlösning. Ett sådant exempel visas i figur 7. Det kan vara svårt att i stunden bedöma om det handlar om ett misslyckat försök att lösa uppgiften eller om konstruktionen kan utvecklas till en fullständig lösning.



Figur 7: En möjlig elevkonstruktion till uppgiften *Samma area*.

Att bedöma och hantera en sådan konstruktion i en gemensam klassrumsdiskussion ställer höga krav på läraren. Hur långt ska den drivas, vilken matematisk potential har den, hur många elever kan förstå den? Ett sätt att gå vidare med denna konstruktion i undervisningen kan vara att låta eleverna diskutera och förklara för varandra hur konstruktionen är tänkt och vad man skulle kunna göra i ett nästa steg.

Orkestrering av matematikundervisning

Det krävs noggranna förberedelser både av uppgifter och undervisningsstrategier för att kunna bedriva en dynamisk interaktiv undervisning med utgångspunkt i elevernas egna matematiska konstruktioner. Vid planering av sin undervisning tar läraren hänsyn till de förutsättningar som finns i det egna klassrummet men kan också skapa nya förutsättningar genom att tillföra extra resurser. Läraren planerar hur klassrummet ska organiseras, såväl materiellt som socialt, exempelvis genom att välja ut de uppgifter, material och verktyg som ska användas (exempelvis matematikuppgiften *Samma area* och en dokumentkamera) och skapar förutsättningar för elevernas arbete (exempelvis arbetsfördelning och bordsplacering). Att orkestrera undervisning innebär inte att bara gå in i klassrummet och improvisera, utan förutsätter en väl genomtänkt didaktisk organisation och en plan för att genomföra denna undervisning (Trouche, 2004).

Själva orkestreringen består med denna tolkning både av förberedelser och genomförande av undervisning:

- Förbereda:
 - didaktisk organisation (uppgifter, material, verktyg, etc.)
 - plan för genomförande (interaktion, arbeta enskilt-par-alla, etc.)
- Genomföra:
 - implementera planen med stöd av den didaktiska organisationen.

Vid genomförandet ska den tänkta planen inte nödvändigtvis drivas igenom till varje pris, utan det ska naturligtvis finnas utrymme för läraren att kunna möta och ta till vara elevernas initiativ och idéer.

Metaforen orkestrering kan föra tankarna till en symfoniorkester med skickliga musiker och en dirigent som då hon stiger in i konserthallen har en tydlig plan om hur hon ska få musikerna att framföra ett musikaliskt stycke i bästa samklang så att ljuv musik uppstår. Denna bild kan tyckas långt från klassrumsvardagen. Om vi istället föreställer oss ett jazzband som består av såväl nybörjare som musiker som kommit en bit på vägen och läraren som bandets ledare som noga förberett de olika bandmedlemmarnas deltagande i spelningen och är beredd på deras improvisationer och tolkningar, då får vi en bättre bild av vad orkestrering i matematikklassrummet kan innebära (Drijvers m.fl., 2010).

Om en lärare har valt ut en matematikuppgift och bestämt sig för att arbeta med dokumentkamera är hon klar med den så kallade *didaktiska organisationen*, som är en del av lektionsförberedelserna. Den andra delen består i att fundera ut en *plan för genomförande* av lektionen.

ionen. Läraren kanske väljer att följa strukturen för en didaktisk situation och planerar en spännande introduktion av uppgiften för att stimulera elevernas arbete. Eftersom hon vet att några elever har svårt att arbeta på egen hand ska hon be dem att arbeta tillsammans i mindre grupper. Hon kommer också att berätta att några lösningar kommer att visas upp på tavlan i slutet av lektionen, både för att eleverna ska koncentrera sig och konstruera snygga lösningar och för att ge dem tid att fundera ut hur de vill förklara sina lösningar. Det är också viktigt att eleverna får veta att de ska hjälpa varandra så att alla i gruppen förstår gruppens lösningsförslag. Innan läraren låter eleverna sätta igång med att lösa uppgiften ska hon säga hur länge de ska arbeta med uppgiften och när den gemensamma diskussionen i helklass ska påbörjas. Eleverna ska använda dokumentkameran för att visa sina lösningar.

Nu har läraren både förberett den didaktiska organisationen och tänkt igenom en plan för genomförande. Då är hon redo att genomföra lektionen.

Det är inte en slump att begreppet orkestrering har fått en central roll i forskning om IKT-stödd matematikundervisning. Om dokumentkameran inte finns på plats i klassrummet när lektionen börjar och om läraren inte har en plan för hur den ska användas, ja då är det nog lika bra att låta bli att använda den. Men även om själva verktyget finns på plats så är det mycket som måste förberedas, eftersom digitala verktyg ofta är svårare att hantera än traditionella verktyg som eleverna och läraren är mer bekanta med. Hur ska verktyget introduceras? Vem ska ta ansvar för att hantera verktyget? Läraren måste dock inte ansvara för allt i klassrummet, speciellt inte att besvara elevers alla frågor. En del kan eleverna reda ut på egen hand, särskilt när det gäller ny teknik och särskilt genom att arbeta tillsammans. Detta blir en "win-win" situation för lärare och elever där lärarens arbete avlastas samtidigt som eleverna får ta större ansvar och blir mer delaktiga i matematikundervisningen. Läraren kan förbereda en manual till eleverna om hur tekniken fungerar. På motsvarande sätt kan matematikuppgifter delas upp i flera deluppgifter för att underlätta elevernas tolkning av vad de förväntas åstadkomma.

En lärare som har ambitionen att bedriva undervisning som ska leda till att eleverna är interaktiva och konstruerande strävar mot att själv vara så lite inblandad som möjligt i elevernas egna aktiviteter och mot att låta stödet till elevernas aktiviteter hanteras av uppgifternas innehåll och struktur, digitala och traditionella verktyg, samt former för interaktion elever emellan. En sådan undervisningssituation, som tillåter att eleverna arbetar i stor utsträckning på egen hand, stödjer i sin tur utveckling av ett didaktiskt kontrakt där eleverna vänjer sig vid att ta ansvar för matematiska aktiviteter genom att använda sig av andra resurser än läraren (Brousseau, 1997). Istället för att eleverna kontinuerligt frågar läraren om vad de ska göra och om de har fått rätt svar så kan en social norm etableras där de själva försöker hantera sina frågor. Svaren kanske inte blir fullständiga men tillräckliga i ögonblicket och läraren kan välja att senare lyfta upp frågorna till gemensam diskussion. Eleverna kan bli motiverade att ge sig på svåra problem när de ser att deras frågor och redovisningar av ofullständiga och felaktiga lösningar kommer till användning och bidrar till allas lärande. Ett ordentligt försök att lösa en uppgift kan i en sådan lärandesituation vara minst lika intressant att ta upp till gemensam diskussion som en fullständig lösning.

De digitala verktygen möjliggör att på ett professionellt sätt stödja elevers kommunikation av egna matematiska konstruktioner, exempelvis genom att deras arbete på egen dator eller bilder tagna med mobiltelefon kan visas via en projektor på en skrivtavla. Det finns dessutom digitala verktyg som tillåter läraren att följa elevernas arbete genom att alla elevlösningar visas på lärarens skärm. Detta möjliggör för läraren att orkestrera en formativ undervisning där läraren kan följa elevernas konstruerande arbete och välja vilka konstruktioner som tas upp till gemensam diskussion. Elevernas konstruktioner behöver inte ritas av på tavlan utan visas snabbt via projektor. Både elever och lärare kan interagera med de projicerade bilderna antingen via dator eller direkt på skrivtavlan, genom att peka, berätta och/eller rita med penna. Detta innebär att digitala verktyg även kan stödja elevernas resonemang och argumentation, samt deras interaktion med varandra och med de matematiska konstruktionerna.

Sammanfattning

I den här texten har beskrivits hur undervisningen i matematik kan stärkas genom att använda enkla digitala verktyg, exempelvis för att presentera elevlösningar snabbt och effektivt på klassrummets skrivtavla med stöd av dokumentkamera. Det faktum att många lösningar kan visas ställer stora krav på att läraren är väl förberedd och kan göra snabba bedömningar av lösningarnas kvaliteter så att elevernas diskussioner kan ledas i önskvärd riktning. Läraren väljer vilka lösningar som ska lyftas fram, i vilken ordning de ska presenteras och hur de eventuellt ska grupperas. Dessa val påverkar lektionens inriktning och hur eleverna uppfattar de matematiska lärandemålen.

För att uppnå önskvärd inriktning på undervisningen bör läraren noga ha tänkt igenom och förberett lektionens didaktiska organisation samt ha en plan för lektionens genomförande. Detta gäller särskilt när digitala verktyg ska användas, eftersom de kan bidra till att undervisningen snabbt ändrar inriktning mot något helt annat än läraren har tänkt sig. En väl förberedd lärare kan då bedöma om den nya inriktningen ska följas upp eller förändras, så att eleverna får förutsättningar att uppnå meningsfulla lärandemål med stöd av de digitala verktygen. En väl genomtänkt *orkestrering*, som omfattar både förberedelser och genomförande av den egna undervisningen, är en avgörande förutsättning för att framgångsrikt kunna använda IKT-stöd i matematikundervisningen.

Referenser

- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Chi, M.T.H. (2009). Active – constructive – interactive: A conceptual framework for differentiating learning activities. *Topics in Cognitive Science*, Vol. 1, No. 1, 73–105.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool. *Educational studies in Mathematics*, Vol. 75, No. 2, 213–234.
- Hoyles, C. (2001). Steering between skills and creativity: A role for the computer?. *For the Learning of Mathematics*, Vol. 21, No. 1, 33–39.
- Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y., & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, Vol. 36, 20–32.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S., & Neubrand, M. (2013). *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers. Results from the COACTIV project*. Springer.
- Papert, S. & Harel, I. (1991). Situating constructionism. Kapitel i boken *Constructionism*. Tillgänglig från <http://www.papert.org/articles/SituatingConstructionism.html>
- Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, Lgr 11*. Stockholm: Skolverket. Tillgänglig från <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2575>
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Vol. 9, No. 3, 281–307.