



**Malmö högskola**

Lärarytbildningen

*Natur, miljö, samhälle*

**Examensarbete**

15 högskolepoäng

# Den grafritande räknaren – en fallstudie om lärares syften och elevers användning

*The graphing calculator – a case study of teachers' aims and  
students' use*

Mirzeta Mehmedovic  
Anna Rosdahl

Lärarexamen 270 hp  
Matematik och lärande  
2011-01-18

Examinator: Tine Wedege

Handledare: Per-Eskil Persson



## **Sammanfattning**

Syftet med studien är att undersöka hur den grafritande räknaren används i undervisningen av Matematik C på gymnasiet, samt hur det didaktiska kontraktet efterföljs av lärare och elever då grafritande räknare används. Undersökningen är gjord genom att observera ett antal lektioner i Matematik C och sedan intervjua de undervisande lärarna efteråt. Resultaten pekar mot att den grafritande räknaren främst användes som ett räkne/ritredskap i enlighet med lärarnas syften. Det didaktiska kontraktet visade sig till större delen efterföljas, då elevernas användande motsvarade lärarnas syften och intentioner. Slutsatsen är att eleverna använde den grafritande räknaren i den mån deras lärare uppmanade dem till, vilket var att de skulle spara tid, kontrollera sina uträkningar och kunna visualisera abstrakta begrepp.

**Nyckelord:** didaktiska kontraktet, grafritande räknare, gymnasiet, matematik, medierande redskap, undervisning

## **Förord**

Vi vill först och främst tacka alla de lärare och elever som deltagit i vår undersökning och utan deras deltagande hade inte detta arbete kunnat utföras. Vi vill även tacka vår handledare Per-Eskil Persson för alla tips och idéer som har hjälpt oss under arbetets gång. Vi har tillsammans skrivit alla delar av arbetet samt har vi båda närvarat vid alla undersökningstillfällen.

# Innehåll

|                                     |   |           |
|-------------------------------------|---|-----------|
| <b>1</b>                            | <b>INLEDNING</b> .....  | <b>7</b>  |
| <b>2</b>                            | <b>TIDIGARE FORSKNING</b> .....   | <b>8</b>  |
| <b>3</b>                            | <b>TEORI</b> .....  | <b>12</b> |
| 3.1                                 | MEDIERANDE REDSKAP.....   | 12        |
| 3.2                                 | ADIDAKTISKA OCH DIDAKTISKA SITUATIONER – DET DIDAKTISKA KONTRAKTET .....  | 14        |
| <b>4</b>                            | <b>SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING</b> .....   | <b>16</b> |
| <b>5</b>                            | <b>METOD OCH GENOMFÖRANDE</b> .....   | <b>17</b> |
| 5.1                                 | OBSERVATIONER.....  | 17        |
| 5.2                                 | INTERVJUER .....  | 18        |
| 5.3                                 | URVAL .....   | 19        |
| 5.4                                 | GENOMFÖRANDE .....  | 21        |
| 5.5                                 | DATABEARBETNING .....   | 23        |
| 5.6                                 | ANALYSMETOD .....   | 23        |
| <b>6</b>                            | <b>RESULTAT OCH ANALYS</b> .....  | <b>25</b> |
| 6.1                                 | INTERVJUERNA.....   | 25        |
| 6.1.1                               | <i>Elevernas tillgång till grafritande räknare.....</i>   | <i>25</i> |
| 6.1.2                               | <i>Lärarnas syften med att använda grafritande räknare i undervisningen .....</i>                                   | <i>26</i> |
| 6.1.3                               | <i>Hur anser lärarna att eleverna använder den grafritande räknaren i förhållande till deras egna syften? .....</i> | <i>27</i> |
| 6.1.4                               | <i>Lärarnas åsikter kring den grafritande räknarens minimala och maximala användningsområden.....</i>               | <i>28</i> |
| 6.2                                 | OBSERVATIONERNA .....   | 30        |
| 6.2.1                               | <i>Elevernas användning av den grafritande räknaren under lektionerna .....</i>                                     | <i>30</i> |
| 6.2.2                               | <i>Lärarnas uppmaningar till användandet av den grafritande räknaren under lektionerna.</i>                         | <i>31</i> |
| 6.3                                 | JÄMFÖRELSE LÄRARNAS SYFTE – ELEVERNAS OBSERVERADE ANVÄNDNING AV DEN GRAFRITANDE RÄKNAREN.....                       | 33        |
| <b>7</b>                            | <b>DISKUSSION</b> .....   | <b>35</b> |
| 7.1                                 | FRÅGESTÄLLNING 1 .....  | 35        |
| 7.2                                 | FRÅGESTÄLLNING 2 .....  | 38        |
| 7.3                                 | VALIDITET OCH RELIABILITET .....  | 40        |
| 7.4                                 | STUDIENS PÅVERKAN PÅ OSS SOM BLIVANDE LÄRARE .....  | 41        |
| 7.5                                 | EXEMPEL PÅ VIDARE FORSKNING.....  | 42        |
| <b>8</b>                            | <b>REFERENSER</b> .....   | <b>43</b> |
| <b>BILAGOR</b>                      |   |           |
| <b>BILAGA 1 – OBSERVATIONSSHEMA</b> |   |           |
| <b>BILAGA 2 – INTERVJUGUIDE</b>     |   |           |
| <b>BILAGA 3 – MISSIV LÄRARE</b>     |   |           |



# 1 Inledning

I matematikundervisningen på gymnasiet används olika tekniska redskap som ett stöd för undervisningen och som ett medel för elevernas eget lärande. Användningen av dessa tekniska redskap är tydligt föreskrivet i kursplanerna för respektive matematikkurser på gymnasiet. I Matematik A, den obligatoriska kursen för alla gymnasieelever, står bland annat att eleven ska ”ha vana att vid problemlösning använda dator och grafritande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram” (Skolverket, 2000a). I Matematik C ska eleven kunna ”känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang” och ”kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel” (Skolverket, 2000b). Utifrån dessa direktiv framstår det som obligatoriskt för lärare att integrera den grafritande räknaren i sin undervisning.

Med *grafritande räknare* menar vi alla de räknare med inbyggda funktioner för att rita grafer och göra numeriska beräkningar på exempelvis derivator, integraler och trigonometri. Vi gör därmed en skillnad på grafritande räknare och det som i vardagligt tal kallas miniräknare eftersom man med de sistnämnda oftast endast kan utföra enkla beräkningar med de fyra räknesätten.

Med utgångspunkt i vår roll som blivande matematiklärare på gymnasiet introduceras vi automatiskt in i det obligatoriska användandet av grafritande räknare i undervisningen. Eftersom vi under vår verksamhetsförslagda tid i lärarutbildningen ej tagit del av en undervisning där den grafritande räknaren används till annat än som miniräknare anser vi det även relevant för oss att undersöka dess funktion i undervisningen och hur andra, redan verksamma, lärare förhåller sig till den.

## 2 Tidigare forskning

Det har framställts mycket forskning kring hur den grafritande räknaren används i matematikundervisningen samt hur den påverkar elevernas lärande i matematik. Persson (2009) framhåller att den senaste forskningen illustrerat hur grafritande räknare kan ha en positiv påverkan på elevernas färdigheter och lärande i matematik, men betonar även att forskningen visat på hinder och eventuellt negativa effekter med användandet av grafritande räknare. Enligt Persson anser ett stort antal forskare att lärarens uppfattningar, kunskaper och färdigheter i att använda grafritande räknare samt hur de väljer att presentera och använda den i matematikundervisningen är avgörande faktorer.

Balling (2003) redogör i sin avhandling för tre olika sätt som den grafritande räknaren kan användas på och betonar även vilka möjligheter respektive hinder det finns med att introducera grafritande räknare i undervisningen. Liknande resonemang om grafritande räknarens potentialer och hinder i samband med elevernas lärande i matematik betonas av andra forskare och kommer att diskuteras nedan.

Enligt Balling (2003, s. 19) kan den grafritande räknaren användas som:

- *räkne/ritredskap* – Den grafritande räknaren används i förbindelse med uppgiftsräkning, till att kontrollera uträkningar, till numeriska beräkningar och till att rita upp grafer
- *undervisningsredskap* – Läraren använder den grafritande räknaren till att utforska nya sätt att undervisa på, till att låta elever på egen hand undersöka egenskaper hos olika matematiska objekt och till att finna olika matematiska samband.
- *läroredskap* – Eleven använder den grafritande räknaren på egen hand för att undersöka ett matematiskt sammanhang, till att ställa upp och pröva egna hypoteser och till att tydliggöra matematiska diskussioner.

De fördelar som kunde urskiljas med användandet av grafritande räknare i matematikundervisningen var enligt Ballings undersökning att den bland annat främjade



elevernas motivation, kommunikation, ansvar och självständighet. Den ökade även elevernas reflektion vid val av olika metoder, förenklade arbetet med svåra begrepp som i sin tur bidrog till att elevernas begreppsförståelse utvecklades. Liknande resonemang framkommer hos Burrill et al. (2002), som sammanställt 43 amerikanska forskningsrapporter. I resultaten framkom att de elever som använde grafritande räknare blev mer flexibla i sina lösningsstrategier, hade bättre förståelse för funktioner, variabler och tolkningen av grafer. Även Bardini et al. (2004) undersökte hur elevernas användande av grafritande räknare påverkade deras lärande i matematik inriktat mot algebra. Resultaten visade att elever fått färdigheter i att använda grafritande räknare samt en bättre förståelse och skicklighet för algebra.

Hinder i samband med användandet av grafritande räknare i undervisningen kan, utifrån Ballings (2003) flertal slutsatser, delas upp i två aspekter; elevernas svårighet för grafritande räknarens funktioner samt lärarnas uppfattningar om den grafritande räknarens användningsområden och deras otillräckliga kunskaper.

Den första aspekten illustrerar hur de inbyggda funktionerna i den grafritande räknaren upplevdes som svårförståeliga för eleverna. Det var svårt för eleverna att översätta matematiska problem till den grafritande räknarens språk, kunna ”mata” in formler och kunna kontrollera och feltolka resultat. Annan forskning som resonerat liknande är bland annat Guin och Trouche (1999), Doerr och Zangor (2000) samt Burrill et al. (2002). De upptäckte alla att den grafritande räknarens språk och dess olika kommandon gav upphov till att eleverna upplevde en viss osäkerhet vid användandet av den. Risker blev att eleverna använde sig av den grafritande räknarens funktioner, men inte förstod vad de gjorde samt vad svaret de erhölet betydde. Enligt Sheryn (2005) är interaktionen med grafritande räknare i matematikundervisningen beroende av att eleverna lär sig hur den fungerar, detta för att kunna lära sig hur den fungerar i kombination med lärandet i matematik.

För att se hur eleverna använde grafritande räknare och vilka problem som kunde uppstå använde Berry et al. (2006) i sin undersökning en applikation, ”key-recorder”, som installerades i elevernas grafritande räknare. Applikationen bidrog till att de kunde se alla de knapptryckningar som eleverna gjorde på sina grafritande räknare. Berry et al. betonade att de knapptryckningar som studerats visade på hur eleverna litade

fullständigt på de svar som de fått utan att reflektera om svaren var rimliga. Doerr och Zangor (2000) resonerar liknande och poängterar att eleverna använde sig av den grafritande räknaren i alltför stor mån när de löste uppgifter eftersom de uppfattade att den gav de rätta svaren. Konsekvensen av detta blir att elevernas kritiska övervägande om svarets rimlighet försvinner eftersom eleverna litar fullständigt på de grafritande räknarnas svar (Burrill et al., 2002).

Doerr och Zangor (2000) menar även att en av begränsningarna med den grafritande räknaren var att eleverna använde den som ett "privat" redskap. I deras observationer framgick hur ett stort antal elever ofta satt och "lekte" med dem medan läraren hade en genomgång för hela klassen eller vid gruppdiskussioner. Detta, menar Doerr och Zangor, "bryter ner" gruppkommunikationer, på grund av att när eleven börjar använda den grafritande räknaren för att lösa uppgifter individuellt, blir det svårt för dem att fungera i en grupp, då de haft olika lösningsstrategier. De betonar att när läraren använde sig av en så kallad overhead-platta (OH-platta), som visar exakt vad som syns på lärarens grafritande räknare på en projektorskärm, var detta ett kraftfullt sätt att skapa gemensamma föreställningar och visa på olika tillvägagångssätt.

Den andra aspekten, som framgår som central för Ballings (2003) redogörelse om de hinder som finns vid användandet av grafritande räknare i undervisningen, är lärarnas uppfattningar och otillräckliga kunskaper om den grafritande räknarens användningsområden. Det centrala resultatet som framkom i hennes studie är att den grafritande räknaren inte användes i så stor utsträckning som ett undervisningsredskap, utan främst som ett räkne/ritredskap. För att utfallen ska vara mest fördelsaktiga måste grafritande räknare integreras, inte endast "läggas till", inom ramen för matematikundervisningen, för att på så vis hjälpa eleverna att inse nyttan och begränsningen av verktyget (Burrill et al., 2002). Enligt Burrill et al. visade flertalet av forskningsrapporterna som sammanställdes att den grafritande räknaren endast "lagts till" i lärarens dåvarande undervisningssätt, och detta menar de kan vara en konsekvens av den uppfattning som läraren har om matematik och användandet av grafritande räknare i undervisningen. Ifall läraren anser att matematik endast handlar om att eleverna ska kunna visa på att de kan beräkna uppgifter och inte arbeta på ett analyserande och reflekterande sätt kommer eleverna endast att använda den grafritande räknaren för att utföra olika slags beräkningar. Liknande resonemang framkommer hos

Doerr och Zangor (2000), vilka även betonar att lärarens kunskaper om den grafritande räknarens användningsområden kommer att speglas i hur läraren uppmanar eleverna att använda den i sitt arbete.

Att lärarens kunskaper om den grafritande räknaren är viktig framkommer även i de slutsatser som Balling (2003) indikerar kan vara avgörande för att den inte användes som ett undervisningsredskap i hög grad. Vid införandet av grafritande räknare i matematikundervisningen ökar, enligt Balling, kraven på lärarnas kunskaper om dess användningsområden och funktioner. För att utfallen ska vara till elevernas fördel betonar även Persson (2010) att lärarnas kunskaper om grafritande räknaren är väsentliga, och resonerar att den ”används av läraren där så är lämpligt i aktiviteterna och som ett medel för att motivera eleverna” (ibid., s. 195). Vidare betonar Persson att det är viktigt att läraren har kunskaper i hur man använder grafritande räknaren i undervisningen och hur undervisningen måste anpassas för att eleverna ska lära sig den grafritande räknarens potentiella användning. Läraren ska även veta vilka svårigheter det kan finnas när eleverna använder sig av grafritande räknare i undervisningen.

De slutsatser som framkommer hos både Balling (2003) och Persson (2010) är att det krävs en förändring i hur den grafritande räknaren används i undervisningen. För att förändringen ska ske måste lärarnas kunskaper om samt färdigheter i användandet av grafritande räknare förbättras genom exempelvis fortbildning.

Efter vad som framgått av den forskning vi läst är detta av intresse för vår undersökning, då de visar på att den grafritande räknaren kan främja elevernas begreppsuppfattning om den används på ”rätt” sätt. Enligt Balling (2003) kunde den grafritande räknaren användas på tre sätt, varav det ”rätta” sättet var att använda den som ett undervisnings- och läroredskap, för vilket eleverna fick vägledning i att på egen hand undersöka matematiken. Dock framstod inte detta som helt enkelt att utföra, eftersom elevernas svårigheter med den grafritande räknarens funktioner samt lärarnas uppfattningar och kunskaper kunde utgöra hindrande faktorer. Eftersom vi personligen inte har någon erfarenhet av att använda den grafritande räknaren i undervisningen kommer denna forskning att vägleda oss i arbetet och ge oss möjligheter att undersöka hur de verksamma lärarnas uppfattningar och kunskaper stämmer överrens med forskningen.

## 3 Teori

### 3.1 Medierande redskap

Utgångspunkten i vårt arbete ligger i den sociokulturella teorin. Det som enligt Säljö (2005) är väsentligt inom den sociokulturella teorin är att människor använder sig av det som Vygotskij ursprungligen kallade redskap/verktyg i allt vi gör. Dessa redskap menar Säljö är avgörande för vårt tänkande, interaktionen med andra människor och vår fysiska förmåga. På så vis använder vi redskapen till att skapa erfarenheter, utifrån vilka vi tillgodoräknar oss kunskap. Inom den sociokulturella teorin benämner man detta som att redskapen medierar omvärlden för individen genom olika aktiviteter. *Medierande redskap* delas in i två grupper, de *fysiska redskapen* och de *språkliga redskapen* (Säljö, 2005). Fysiska redskap som även benämns som artefakter är föremål som tillverkats av människor, exempelvis datorer, böcker, grafitande räknare och allt annat som omger den moderna människan. De språkliga redskapen är exempelvis våra tidigare kunskaper, vår förmåga att kommunicera med andra och uttrycka oss i tal och skrift. Säljö skriver att ”Språket är det redskap med vilket individen kan låna insikter, färdigheter och kunskaper av andra” (op. cit., s. 81). Vidare menar han även att våra värderingar, den syn vi har på oss själva och på omvärlden medieras i vårt sätt att kategorisera det som händer omkring oss och i kommunikation med andra.

Enligt Säljö (op. cit.) har människors sätt att utföra matematiska operationer, exempelvis de fyra räknesätten, förändrats allt eftersom det skett en utveckling av de olika artefakter som funnits till hands genom historiens gång. Han redogör för ett antal olika redskap som individen dels använt och dels fortfarande använder för att utföra matematiska operationer, så som huvudräkning, fingrar, papper och penna, räknesticka, kulram, miniräknare och kalkyleringsprogram. Genom huvudräkning menar Säljö att individen använder sig av de språkliga redskapen siffror och algoritmer. För att exempelvis kunna multiplicera två tvåsiffriga tal i huvudet krävs det kunskaper om hur man i huvudet utför tankeoperationen genom att multiplicera de olika siffrorna med varandra och hålla reda på de så kallade minnessiffrorna. Eftersom det för många kan bli svårt att hålla reda på alla dessa operationer används ibland fingrarna samt/eller papper och penna som medierande verktyg. I takt med den teknologiska utvecklingen har moderna artefakter så som miniräknare och grafitande räknare förändrat sättet att beräkna dessa uppgifter. Individen behöver inte längre kunna algoritmen bakom

operationen utan endast välja den operation som är lämplig för stunden och urskilja vilka knappar och rutor som är relevanta och ”skriva in” siffrorna.

Vidare menar Säljö (op. cit.) att införandet av miniräknaren som ett hjälpmedel i skolan var omdebatterad och många ansåg att matematikundervisningen skulle bli nedgraderad till att endast lära eleverna att ”trycka på olika knappar”. Detta diskuteras även av Persson (2010) som betonar att de första teknologiska redskapen inom matematiken skapade en vid debatt angående deras positiva och negativa effekter på elevernas lärande i matematik. Som det framgår i avsnittet om tidigare forskning visar bland annat Burrill et. al. (2002), Balling (2003), Bardini et. al. (2004) och Persson (2009) hur den grafritande räknaren betraktas som ett medierande redskap genom att den kan göra en positiv inverkan på elevernas färdigheter och lärande i matematik. Den nackdel som dock tas upp av tidigare nämnda forskare är att eleverna kan mista förmågan att kritiskt granska rimligheten i de svar som erhålls från den grafritande räknaren. Detta var också en av de farhågor som enligt Säljö (2005) fanns då miniräknaren introducerades i undervisningen och menar att ”tekniken utmanade på detta sätt traditionella sätt att lära och se på räknande i skolan” (ibid., s. 174).

Doerr och Zangor (2000) betonar att lärarens roll tillsammans med dennes kunskaper och uppfattningar skapar i kombination med elevernas användande av den grafritande räknaren och interaktionen mellan läraren och eleverna en mening för att använda redskapet. Genom att läraren anpassade hur den grafritande räknaren användes, allt eftersom förutsättningarna förändrades, skapades en miljö där eleverna uppmuntrades att använda den grafritande räknaren för att dels räkna med men också att upptäcka och kontrollera sina egna matematiska tankar. Lärarens vetskap om begränsningarna hos redskapet gjorde att eleverna även uppmuntrades att ha ett kritiskt förhållningssätt till den grafritande räknaren utifrån de matematiska kunskaper de redan erhållit. Även Guin och Trouche (1999) tar upp vikten av att när den grafritande räknaren används som medierande redskap bör läraren tänka på att använda den grafritande räknaren som ett pedagogiskt och kognitivt redskap eftersom den grafritande räknaren inte automatiskt integreras som ett redskap för eleverna. Att omvandla grafritande räknare till effektiva matematiska redskap varierar från elev till elev och är beroende av en *instrumenteringsprocess*. Instrumenteringsprocessen förklarar Guin och Trouche som två faser där den första fasen är *upptäckarfasen* där eleverna lär sig vilka olika

funktioner och kommandon man kan göra med den grafritande räknaren och hur de fungerade. I upptäckarfasen var eleverna ofta väldigt beroende av den grafritande räknaren och bortsåg från andra informationskällor så som papper och penna. Den andra fasen är *organiseringsfasen* där eleverna, så fort de funktioner de testat i första fasen fått matematisk mening, valde att fokusera på ett mindre antal funktioner och kommandon i den grafritande räknaren. Fasen kännetecknas även av att eleverna började organisera deras handlingar mot användandet av färre kommandon och funktioner och integrera dessa med andra elever och redskap.

Doerr och Zangor (2000) tar även upp att lärarens uppfattning om att den grafritande räknaren skulle vara ett användbart redskap för eleverna, när de söker att finna meningsfulla svar på matematiska uppgifter, framgår i den typ av frågor som läraren valde att ställa till eleverna. Frågorna var av sådan karaktär att de ständigt sökte efter att eleverna reflekterade över den grafritande räknarens svar och vad detta betydde.

### **3.2 Adidaktiska och didaktiska situationer – det didaktiska kontraktet**

Enligt Brousseau (1997) kan läraren få en inblick i vilka kunskaper och färdigheter eleven har utifrån att formulera ett ”problem” som eleven ska lösa. Ifall eleven kan lösa problemet visar den på att den innehar kunskaper och färdigheter inom ämnesområdet, om eleven däremot inte kan lösa problemet synliggörs ett behov av undervisning hos eleven. Den generella uppfattningen om undervisningen är enligt Brousseau att kunskap skapas i *adidaktiska situationer* och utifrån regler för ett samspel mellan läraren och eleven; det så kallade *didaktiska kontraktet*.

En adidaktisk situation kännetecknas av att läraren ger eleverna uppgifter utvalda så att de tillåter att eleverna kan lösa dem självständigt, utan lärarens ledning, men ändå kräver att de agerar, reflekterar och utvecklas utifrån deras egen motivation för lärande. Eleverna blir på så vis medvetna om att uppgiften är vald för att utveckla deras kunskap och att de därmed har i uppgift att lösa den för sin egen skull och inte utifrån lärarens uppmaningar. Eleverna inser att genom att lösa uppgiften kan de erhålla kunskap som kan hjälpa dem i situationer som de möter utanför undervisningssammanhanget, och på så vis framgår kunskapen relevant för deras vardag utanför skolan. Förutsättningarna för att detta ska kunna ske är beroende av ett samspel mellan läraren och eleverna där

läraren utifrån elevernas tidigare kunskaper väljer att delge eller inte delge viss information, frågor eller undervisningsmetoder för att på så sätt motivera dem till att självmant lösa uppgifterna. Detta samspel benämner Brousseau som *didaktiska situationer* vilka styrs av ett antal regler som han kallar för det didaktiska kontraktet.

Det didaktiska kontraktet är inget fysiskt kontrakt utan regler för hur interaktionen i klassrummet ska gå till. Brousseau menar att det didaktiska kontraktet är ett tyst och dolt kontrakt där läraren och eleverna har ett ömsesidigt ansvar att följa reglerna för att lärande ska ske. Exempel på regler i ett kontrakt kan vara att eleverna inför varje situation vet vad läraren vill att de ska göra, vad läraren kräver av dem, vilka kunskaper de ska erhålla och att eleverna även gör sitt bästa för att erhålla dessa kunskaper. Lärarens del i kontraktet är att ge klara och tydliga instruktioner till eleverna, förmedla vilket syfte den kunskap eleverna erhåller har, och se till att eleverna har tillräckliga förkunskaper för att kunna lösa problemet. Om lärandet inte inträffar bär både eleven och läraren ett ansvar för att inte uppfyllt sin del i kontraktet. Någon som även anknyter till Brousseau är Wedege (2008) som beskriver hur ett didaktiskt kontrakt kan se ut till exempel att läraren alltid inleder lektionen på likartat sätt med att ha en genomgång på tavlan av vad eleverna förväntas kunna inför uppgiftsräkandet. Eleverna får sedan tid att räkna uppgifterna och slutligen avslutar läraren lektionen med en sammanfattning på tavlan av vad eleverna lärt sig under dagens lektion.

Då vi vill undersöka hur grafritande räknare används i undervisningen framkommer Säljös (2005) resonemang, att artefakter kan fungera som medierande redskap, som en central utgångspunkt för vårt arbete. Säljös resonemang kan ytterligare förstärkas utifrån att den tidigare forskningen påvisat att den grafritande räknaren kan inverka på elevernas lärande i matematik. Brousseaus (1997) teorier om det didaktiska kontraktet framgår som väsentliga för vår studie med utgångspunkt i att lärarens uppfattning om hur den grafritande räknaren ska användas av eleverna inte alltid behöver överensstämma med hur eleverna faktiskt använder den.

## 4 Syfte och frågeställning

Utifrån den tidigare forskningen framgår det att den grafritande räknaren har goda förutsättningar för att verka som ett medierande redskap för elevernas lärande i matematik. Detta framstår emellertid som beroende av lärarens uppfattningar, kunskaper och färdigheter om dess användningsområden. Med tanke på att den mesta forskningen bedrivits i andra länder förefaller det intressant för oss att göra en fallstudie där vi jämför med hur den grafritande räknaren används inom den svenska gymnasieskolan. Vi har valt att begränsa oss till den tredje kursen i matematik på gymnasiet, Matematik C, då denna innehåller många moment som enligt oss ger goda förutsättningar för att använda den grafritande räknaren som medierande redskap.

Med utgångspunkt i ovannämnda resonemang blir vårt syfte att undersöka hur den grafritande räknaren används i undervisningen av Matematik C utifrån Ballings (2003) resonemang kring att den grafritande räknaren kan användas på tre olika sätt (*räkne/ritredskap*, *undervisningsredskap* och *läroredskap*). Undersökningen syftar även till att undersöka hur det didaktiska kontraktet efterföljs mellan elever och lärare då den grafritande räknaren används i undervisningen.

För att få svar på vårt syfte har vi valt att utforma följande frågeställningar:

- I vilken mån används den grafritande räknaren som ett *räkne/ritredskap*, *undervisningsredskap* eller *läroredskap* i matematikundervisningen inom kursen Matematik C?
- Hur efterföljer eleverna sina lärares intentioner med den grafritande räknaren utifrån det didaktiska kontraktet?



## 5 Metod och genomförande

Johansson och Svedner (2004) poängterar att det finns olika metoder som kan visa sig vara lämpliga att använda när man söker att besvara forskningsfrågorna. De ger exempel på olika metoder som man kan använda sig av: enkäter, textanalys, observationer och/eller kvalitativa intervjuer.

Johansson och Svedner menar att med hjälp av enkäter kan man nå ut till ett större urval, men metoden brister i frågeställningarna och i bearbetningen av data. De som svarar på enkäten kan tolka frågorna på ett annat sätt än det som egentligen menades med frågan, och det sker ofta missförstånd när enkäten delas ut och samlas in. De sammanfattar enkäter som att de ger bred men ytlig information.

Eftersom vi vill undersöka hur elever och lärare använder den grafritande räknaren i undervisningen i Matematik C samt hur lärarens intentioner med användandet av grafritande räknare stämmer överens med vad eleverna faktiskt använder den till, utesluter vi dessa två metoder i vår undersökning. De ger oss inte möjlighet att observera själva undervisningssituationen där vi kan se hur och när den grafritande räknaren används och i vilken mån. Enligt Johansson och Svedner är observationer utifrån olika erfarenheter den mest givande metoden att använda vid undersökningar som gäller undervisningsprocessen samt lärares och elevers handlingsätt. De menar även att man genom att kombinera exempelvis observationer och intervjuer och göra jämförelser kan få en djupare förståelse för det man undersöker. Med utgångspunkt i vårt syfte och frågeställningar valde vi därför att använda oss utav löpande observationer och semistrukturerade intervjuer.

### 5.1 Observationer

Johansson och Svedner (2004) menar att löpande observationer, även kallat ”löpande protokoll”, möjliggör att observatören på ett enkelt och obegränsat sätt kan iaktta händelseförloppet i klassrummet. En förutsättning för att genomförandet ska kunna bidra med relevant data är att observatören vet vad som ska observeras samt noteras. Därför har vi valt att utforma ett observationsschema (bilaga 1) som kommer att vara till hjälp för oss att undersöka på vilket sätt den grafritande räknaren används i undervisningssituationen och hur det didaktiska kontraktet efterföljs. Vid

konstruktionen av observationsschemat utgick vi från det som Johansson och Svedner benämner som observationsmanual. De nämner ett antal punkter som är relevanta att ta med: tidpunkt och plats, kategorisering det som ska analyseras (i vårt fall räknar användande lärare respektive elev) och tiden för händelsen.

Vi har valt att båda närvara vid alla klassrumsobservationer, då man som observatörer upplever händelser i klassrummet olika (Kylén, 2004). Genom att vi båda är med vid alla observationerna kan vi utifrån bådats dokumenterade observationer tillsammans analysera när, vad, hur och varför någonting inträffade i klassrummet.

Kylén (2004) tar upp vikten av att man som observatör påverkar det som observeras och att observationssituationen kan medföra ändrat beteende hos observationsobjektet. Vi inser att ”Key-applikationen”, som Burrill et al. (2006) använde sig av och som visade elevernas knapptryckningar, hade möjliggjort att vi kunde se exakt vad eleverna hade använt den grafritande räknaren till utan att vi som observatörer hade ”hängt” över axeln, och på så sätt hade vi i mindre utsträckning påverkat observationssituationen. Men eftersom att applikationen inte var möjlig för oss att få tag på, samt att de olika modellerna för grafritande räknare kan skilja sig åt bland eleverna, insåg vi att detta var omöjligt.

Eftersom vi är medvetna om att eleverna kan bli påverkade av vår närvaro och ifall vi och ställer frågor till dem, väljer vi därför att vara så kallade utomstående observatörer. Genom att vara utomstående observatörer är vi neutrala i undervisningen och påverkar på så vis undervisningssituationen i mindre utsträckning (Kylén, 2004). Genom att videospela observationerna kan man på bästa sätt dokumentera observationerna, men eftersom vi som observatörer redan påverkar observationssituationen i viss mån valde vi av den orsaken att inte påverka den ännu mer genom att videofilma våra observationer.

## **5.2 Intervjuer**

Dalen (2004) skriver att *kvalitativa intervjuer* är speciellt lämpade ifall man vill få en förståelse för informantens egna erfarenheter, tankar och känslor angående det intervjuade ämnet. Frågeområdena är fasta men frågorna är av en öppen karaktär och kan skifta från intervju till intervju (Dalen, 2004). Motsatsen till kvalitativ intervju är enligt Johansson och Svedner (2004) en *strukturerad intervju* där frågorna och

frågeområdena är fasta och man går oftast efter en lista med frågor som man vill ha svar på.

Vi har i vår undersökning valt att använda oss av något som Denscombe (2009) kallar för *semistrukturerad intervju* vilket kan liknas vid en mittenväg mellan den kvalitativa intervjun och den strukturerade intervjun. Det finns fortfarande en fast lista av frågor som informanten ska svara på men frågorna är öppna och intervjuaren är flexibel i vilken ordning frågorna ställs (Denscombe, 2009). Anledningen till att vi valde den semistrukturerade intervjun till vår undersökning är att vi vill ställa samma frågor till alla de intervjuade lärarna och sedan analysera hur deras svar illustreras i undervisningen. Enligt Dalen (2004) bör man vid en semistrukturerad intervju använda sig av en intervjuguide. Vid utformandet av vår intervjuguide (bilaga 2) har vi valt att utgå ifrån Dalens olika riktlinjer för vad man bör tänka på då man utformar en sådan. Dessa var bland annat att frågorna skulle vara klara och tydliga, frågorna inte skulle vara ledande, frågorna inte skulle vara av känslig karaktär för informanten och frågorna skulle ge utrymme för informantens egna uppfattningar. Våra inledande frågor är av neutral karaktär och syftar till att ge en bakgrundsbild av informanten och ligger i periferin i förhållande till de centrala frågor som ska undersökas. De centrala frågorna har utformats utifrån de problemställningar vi önskar få svar på vilka var att ta reda på lärarens syfte med användandet av den grafritande räknaren, hur de använder sig av den och slutligen hur de upplever att eleverna lever upp till syftet.

Trost (2010) menar att man via ljudinspelning av intervjun kan lyssna i efterhand på intervjun, där olika tonfall och betoningar av specifika områden framgår tydligare än vid anteckningar på papper. Vidare menar han även att man då ljudinspelning görs kan fokusera sig på frågorna och svaren och inte behöva göra en massa anteckningar. Vi har därför valt att använda oss av en ljudupptagare vid intervjutillfällena för att lättare kunna analysera resultatet vid senare tillfälle.

### **5.3 Urval**

För urvalet av lärare hade vi två kriterier som skulle uppfyllas för att vi skulle kunna få svar på våra frågor. Dessa var att lärarna skulle undervisa i Matematik C och att de använder sig av grafritande räknare i sin undervisning. När vi kommit fram till dessa krav och stämt av med handledaren framgick det som lämpligt att, för att få svar på våra

frågeställningar och med hänsyn till tidsaspekten, fem intervjuer och observationer vore lämpligt. Vi skickade därefter e-post till lärare på 8 skolor i södra Sverige som vi visste undervisade i Matematik C. De första fem lärarna som svarade och visade intresse för att delta i undersökningen valdes ut. Fyra av lärarna som svarade bjöd in oss för att observera en lektion med elever som gick på naturvetenskapligt program och den femte hade en lektion med elever på samhällsvetenskapliga programmet. Nedan följer en kort presentation av de lärare som deltagit i vår undersökning. Namnen är fingerade.

*Niklas* har arbetat som lärare i ett år och varit på samma skola hela tiden. Han undervisar i matematik A-E och använder sig av den i alla kurser. Klassen vi observerade innehöll 11 elever som gick andra året på naturvetenskapliga programmet.

*Ulrika* började arbeta som lärare för 38 år sen och har sedan 10-15 år tillbaka undervisat i matematik och fysik. Vid undersökningens tidpunkt undervisar hon i matematik A till C och använder den grafritande räknare i alla sina matematikkurser och fysikkurser. Klassen vi observerade innehöll 21 elever som gick andra året på naturvetenskapliga programmet.

*Johan* har arbetat som matematiklärare i 39 år och ska snart gå i pension. Han undervisar i Matematik A – E och i kombination med matematik undervisar han även i Fysik A och B. Han har betydande erfarenhet av grafritande räknare i undervisningen och har använt sig av i stort sett alla modeller från Texas Instruments. Klassen vi observerade innehöll 14 elever som gick andra året på naturvetenskapliga programmet.

*Anders* fick lärarexamen 1987 och har arbetat som matematiklärare sen dess. Han undervisar i matematik A – E, fysik och kemi. Han använder sig enligt egen utsago av Texas Instruments räknare i undervisningen och använder den mer på naturvetenskapliga programmet än på samhällsprogrammet. Klassen vi observerade innehöll 17 elever som gick tredje året på samhällsvetenskapliga programmet och de hade alla Matematik C som tillval.

*Hans* har arbetat som lärare i tio år och har under dessa år undervisat i matematik och fysik. Hans undervisar i alla matematikkurser från A till E och använder sig av räknaren

i samtliga kurser. Klassen vi besökte innehöll 23 elever som gick andra året på naturvetenskapliga programmet.

## 5.4 Genomförande

Vi började med att genomföra en litteratursökning via högskolans biblioteks tillgängliga databaser; Mathematics Education Database (MathEduc), ERIC via EBSCO, Malmö University Electronic Publishing (MUEP) och Google Scholar. Vi sökte även svensk forskningslitteratur i SwePub, Malmö Högskolans bibliotekskatalog och slutligen besökte vi även skolverkets hemsida. De olika sökord som användes var: ”grafritande räknare”, ”grafräknare”, ”tekniska hjälpmedel”, ”pedagogiska hjälpmedel”, ”graphic calculator”, ”calculators”, ”graphic calculators in school” och olika kombinationer av dessa. Under tiden som vi sökte litteratur på nätet fick vi även tips av vår handledare på litteratur, som vi kunde finna via de olika databaserna.

Enligt Dencombe (2009) så måste man som forskare ta hänsyn till etiska överväganden vid den här sortens studier vilka är respektera deltagarens rättigheter och värdighet, undvika att deltagaren drabbas av någon skada genom att delta och att forskaren ska utföra forskningen på ett ärligt sätt som skyddar och respekterar deltagarens integritet. Dalen (2008) menar att samhället ställer ”krav på att all vetenskaplig verksamhet ska styras av överordnade principer som är preciserade i lagar och riktlinjer” (Dalen, 2008, s.20). Med utgångspunkt i dessa resonemang valde vi att utgå från de olika kraven i etikprovninglagen (SFS, 2003) på information, samtycke och konfidentialitet.

Eftersom vår första kontakt med lärarna var via e-post var det oerhört viktigt för oss att utforma ett brev som försåg lärarna med rätt information. Brevet utformades enligt de krav som finns i etikprovninglagen, i vilken vi förklarade forskningens syfte, vilka metoder som kommer att användas, vilka som är ansvariga för forskningen, att deltagandet är frivilligt och att personen har rätt till att när som helst avbryta sin medverkan. I brevet framgick även att allt insamlat datamaterial kommer att behandlas ytters konfidentiellt och det är endast vi i roll av forskare som kommer att använda den för vårt eget bruk.

Under tiden som vi inväntade svar från lärarna sammanställde vi ett observationsschema (bilaga 1) samt en intervjuguide (bilaga 2) för att på så vis kunna utföra undersökningen

på ett professionellt och relevant sätt. När kontakt med lärarna etablerats bestämdes tidpunkt för observationen och intervjun. Lärarna fick ingen information om vilka slags frågor de förväntades besvara och vi hade som krav att intervjun skulle utföras efter observationen. Detta krav utformades av oss eftersom vi inte ville att de frågor som ställs under intervjun skulle påverka upplägget på lärarens planerade undervisning. På så vis kunde vi få en insikt i hur lärarens intentioner med användandet av den grafritande räknaren stämde överens med hur eleverna använde den.

Under observationerna fanns vi båda med och dokumenterade händelseförloppet. På så vis kunde vi tillsammans diskutera när och vad som skett under observationen. Under observationerna gick vi båda runt i klassrummet och observerade hur eleverna använde sig av den grafritande räknaren då de löste uppgifter. Av skälet att vi inte intervjuade elever och att vi inte heller videoinspelade lektionerna, behövdes inte elevernas samtycke i form av underskrifter. Dock informerades de om undersökningens syfte vid tidpunkten för observationen.

När det var dags att utföra intervjun tog vi med ett utformat missiv (bilaga 3) som innefattade alla ovannämnda krav på information, och som framgick i brevet till lärarna. I missivet informerades även att intervjuerna kommer att spelas in med hjälp av en bandupptagare. När lärarna läst missivet och samtycke givits, bad vi om en underskrift för att säkerställa att de tagit del av dess innehåll. Intervjuerna genomfördes på skolorna i anslutning till observationerna på en plats vald av den intervjuade läraren eftersom läraren ifråga visste var vi kunde sitta ostört under den halvtimme som intervjun beräknades ta.

Den första observationen och intervjun som genomfördes med Niklas valde vi att använda som pilotstudie då vi ville testa både intervjuguiden (bilaga 2) och observationsschemat (bilaga 1). Dalen (2008) påpekar att det är bra att göra en pilotstudie då man kan få användbara insikter i hur frågorna uppfattas av den intervjuade samt hur man fungerar som intervjuare. Hon menar att man ibland måste korrigera intervjuguiden efter att ha utfört en pilotstudie men eftersom vår pilotintervju inte indikerade på att frågorna skulle kunna missuppfattas valde vi att behålla intervjuguiden som den var. Däremot insåg vi att intervjun tog kortare tid än det vi först aviserat i missivet (60 minuter) och vi fick ändra till 30 minuter istället.

Då vi endast observerade en klass på samhällsvetenskapliga programmet och intervjuade läraren (Anders) för denna klass valde vi att jämföra om det fanns några skillnader i hur lärarna ansåg att den grafritande räknaren skulle användas i undervisningen och hur den användes av eleverna på det naturvetenskapliga och samhällsvetenskapliga programmet.

## **5.5 Databearbetning**

Efter det att vi genomfört observationerna sammanfattade vi dem tillsammans, så att bådas upplevelser av vad som hände under lektionen kunde analyseras och bearbetas så att inga aspekter av det vi observerat utelämnades. Vid varje observation noterades tidpunkt, datum, vilken lärare som höll i lektionen och vilket program klassen gick på. Detta möjliggjorde att vi kunde hålla isär de observerade lektionerna och koppla dem till respektive lärare. Till hjälp under observationerna fanns vårt observationsschema (bilaga 1) som varit stöd för oss kunde beskriva exakt hur läraren och eleverna använt den grafritande räknaren och vid vilka tidpunkter. Vi intervjuerna noterades på intervjuguiden (bilaga 2) vem det som intervjuades och intervjun spelades in med ljudupptagning. Efteråt transkriberades intervjuerna varvid den ena av oss transkriberade intervjuerna och låta den andra läsa igenom och lyssna så att ingenting hade utelämnats.

## **5.6 Analysmetod**

Då vi använde oss av observationer för att kunna undersöka hur eleverna använde sig av sin grafritande räknare, valdes även intervjuer av de undervisande lärarna för att kunna jämföra hur lärarens intentioner med den grafritande räknaren i undervisningen förhåller sig med hur eleverna använder sig av den. Följden blev att vi analyserade metoderna var för sig för att slutligen kunna jämföra analyserna. Då våra frågeställningar besvarades i olika svarssammanhang under intervjuerna valde vi att dela upp intervjuerna i fyra kategorier, som vi själva utformat och uppfattade som väsentliga för våra frågeställningar. Dessa kategorier belyser elevernas tillgång till grafritande räknare, lärarnas syfte med att använda den, hur lärarna anser att eleverna använder sig av den i förhållande till deras syften och avslutningsvis lärarnas uppfattningar om den grafritande räknarens maximala och minimala användningsområden. Analysen av observationerna kategoriserade vi på likartat sätt men delades dock endast upp i två

kategorier som belyser hur eleverna observerades använda den grafitande räknaren och hur lärarna uppmanade eleverna till att använda den.



## 6 Resultat och analys

Vi har valt att först presentera resultatet av intervjuerna för att sedan redogöra för vad som framkom av observationerna. Detta avslutas med en jämförande analys av lärarnas syfte och elevernas användning. Presentationen är upplagd på detta vis då vi anser att vi genom att presentera intervjuerna först kan förtydliga lärarnas uttalade intentioner med den grafritande räknaren och därefter i observationerna beskriva hur den egentligen användes.

### 6.1 Intervjuerna

#### 6.1.1 Elevernas tillgång till grafritande räknare

Lärarna visade på en medvetenhet om att deras användning av den grafritande räknaren i undervisningen var starkt beroende av att eleverna faktiskt hade tillgång till grafritande räknare. De lärare vars elever fick låna grafritande räknare av skolan sade att både de och eleverna använde sig av den på något sätt vid varje lektionstillfälle. På två av skolorna som vi besökte fick eleverna låna grafritande räknare av skolan under studietiden. Skolan som Johan och Ulrika arbetade på använde sig av Texas Instruments *TI 83 plus* och på Hans skola använde de *TI 84 plus*. På de två andra skolorna var det upp till eleverna själva att införskaffa sig en grafritande räknare, vilket ledde till att vissa elever inte hade någon alls och till att de elever som hade införskaffat sig en grafritande räknare inte hade samma märke eller modell på den grafritande räknaren. Detta uttrycktes som problematiskt av Niklas, då han ansåg att han inte hade kunskap i hur andra märken än Texas Instruments fungerade. Han sa även att han hade använt sig mer av den grafritande räknaren om det hade varit så att alla elever hade haft tillgång till en. Anders däremot såg inte detta som ett problem i sig, då han uttryckte sig som att han inte kunde motivera sina elever på samhällsvetenskapliga programmet att införskaffa sig en grafritande räknare. Han sa:

Sen är det, det här vi pratade om lite grann att samhällsvetare och ... det känns onödigt att de ska lägga så mycket pengar på detta då ... så de använder inte grafritande räknare [...] jag kan inte motivera det (Anders).

## 6.1.2 Lärarnas syften med att använda grafritande räknare i undervisningen

På frågan vad deras syfte med användandet av grafritande räknare i undervisningen svarade alla på något sätt att det var för att eleverna skulle kunna räkna fortare och kontrollera de uträkningar som de gjort med papper och penna. Några av uttalandena var:

Att kolla, kontrollera vad de gjort ... rätt eller fel (Niklas).

[...] är det ju att försöka se vad det är man gör egentligen [...] räkna ut det och sen kolla på miniräknaren om det stämmer [...] det är nog så jag har försökt göra hela tiden (Anders).

[...] det har hela tiden varit ett stöd för att räkna ut men det har mer och mer ett främjande för forståelsen ... tillexempel rita grafer med olika riktningskoefficient, så går det väldigt snabbt och enkelt ... de kan se det hela [...] det ska vara lite roligare, att det går lite snabbare än att sitta och rita för hand (Ulrika).

[...] lite snabbare kunna lösa uppgifterna för just det där hantverket om ska pricka in ett antal punkter i ett koordinatsystem på ett rutat papper så är ju själva hantverket alldeles för tidsödande man tappar värdefull tid (Johan).

[...] de ska få lära sig lite om att använda ett räknehjälpmedel [...] ett annat syfte tycker jag är att man kan minimera den tiden som läggs på ointressant mekanisk räkning [...] det är också tråkigt för eleverna om de skulle hamna fel i problemlösningen på grund av att de har gjort ett enkelt räknefel för hand (Hans).

Alla lärarna nämner även att de ser på den grafritande räknaren som ett visuellt hjälpmedel som kan visa eleverna hur funktioner, som annars kan uppfattas som väldigt abstrakta och svåra att se framför sig, ser ut, vilket de säger hjälper forståelsen.

Men om man tar en graf man får se om man ritar den på miniräknaren de blir det lättare att du förstår, aha, det är där, det har en ... topp eller nått (Niklas).

Istället för att när det har en funktion som är lite krånglig och så istället för att sitta och räkna och få en ungefärlig graf eller som är åt skogen så är det bättre att de får göra det på räknaren va (Ulrika).

Under tiden som lärarnas syften med den grafritande räknaren i undervisningen diskuterades drogs snabbt paralleller till hur de väljer att visa dess ”finesser” och användningsområden för eleverna. Två av lärarna som intervjuades (Johan och Hans) betonade hur de väljer att använda sig av en så kallad OH-platta, vilken fungerar som en skärm, och är kopplad till lärarnas grafritande räknare. De menar på att den tydligt visar eleverna vad som syns på deras egen grafritande räknare och ger möjlighet för eleverna att följa exempelvis genomgången med sina egna grafritande räknare. Dock poängteras av Hans att detta inte är helt problemfritt eftersom:

Där är de som trycker före och någon som ... ja det är lätt att man tappar någon på vägen [...] och så hittar de inte tillbaka ... så det är inte så lätt faktiskt.

Även Ulrika tar upp problemen med användningen av OH-plattan, då hon menar att den är för långsam och att det alltid är någon som inte hänger med. Istället brukar hon liksom Anders skriva upp på tavlan vilka knappar de ska trycka på den grafritande räknaren. Niklas nämner även att han ibland brukar använda sig av powerpointpresentationer vid sina genomgångar då han ska gå igenom något nytt på den grafritande räknaren. Men poängterar att han hade använt sig av en OH-platta om han hade haft tillgång till en, eftersom han såg det vara till en fördel under sin utbildning.

### **6.1.3 Hur anser lärarna att eleverna använder den grafritande räknaren i förhållande till deras egna syften?**

Lärarna ansåg att deras elever använde sig av den grafritande räknaren i den mån de ville att de skulle göra och på så sätt levde upp till deras intentioner. Anders och Hans säger dock att det tar lite tid för eleverna att lära sig hur den grafritande räknaren fungerar och på så sätt anser de att den i början inte användes i den mån de hade velat.

Alltså det tar ett ... en stund, men sen efter ett tag så jaa ... jag tycker de flesta använder den så mycket som jag vill så att säga ... här är ju betydligt mindre än bland naturvetare (Anders).

Ja, jag tycker ... jag tycker nog att ... att det fungerar bra ... men som sagt ... det tar lite tid ... när de går i trean är de ju jätteduktiga på räknaren (Hans).

Niklas säger däremot att han hade förväntat sig att eleverna skulle använda sig mer av den grafritande räknaren men poängterar att:

Nej de använder inte, inte i den graden som jag hade förväntat mig ... .. jag ska säga att de bättre, duktigare elever använder i större grad [...] och det ser jag också en koppling mellan, för att kunna ha nytta av miniräknaren måste man ha en bra kunskap (Niklas).

Lärarna tar dock upp att de anser att eleverna använder sina grafritande räknare till allt för enkla beräkningar ibland. Detta försökte de förhindra genom att uppmana eleverna till huvudräkning och berätta för dem att sådana moment inte kräver användande av grafritande räknare. Johan betonar detta genom att påpeka hur den grafritande räknaren vid enkla beräkningar anses vara, som han uttryckte det "[...] lyxbetonat att sitta med den i sådana sammanhang". Johan och Ulrika tar även upp att de försöker få eleverna till att använda huvudräkning då det går, eftersom de alltid har en del på proven som inte får lösas med grafritande räknare. Trots uppmaningar till huvudräkning är lärarna medvetna om att eleverna använder sig av den grafritande räknaren för enkla beräkningar i alla fall och alla uttrycker att de på något sätt gör som Hans när han säger "då brukar jag hålla för [med hänvisning till den grafritande räknarens fönster] om jag sitter bredvid".

#### **6.1.4 Lärarnas åsikter kring den grafritande räknarens minimala och maximala användningsområden**

Det alla lärarna tar upp som ett maximalt användningsområde är funktionsläran där de återigen anknyter till den grafritande räknaren som ett visuellt hjälpmedel. I exempelvis Matematik C menar lärarna att eleverna kan få en förståelse för vad derivatan innebär genom att de med hjälp av den grafritande räknaren kan rita tangenter i vissa punkter på grafen och på så sätt får deras beräkningar en mening utifrån den bild de ser i den grafritande räknarens fönster. Genom att eleverna på så vis får se olika grafer kan de enligt lärarna förstå dess utseende.

[...] den är rätt snygg på ... integraler den här att den skuggar integralerna [...] det är ju rätt tydligt vad den räknar på för [...] över gräns och undre gräns (Anders).

Man har riktig nytta av räknare ... ja, alltså att rita funktioner, att lösa olikheter, att lösa ekvationer grafiskt blir ju jätteenkelt och smidigt (Hans).

Det är mycket grafer och funktioner och derivator just vi pratar om [...] och trigonometriska funktioner också [...] på det sättet att de alltid kan få en bild ... det kanske är svårt att rita en funktion av en högre grad (Niklas).

En annan fördel som även tas upp är att den grafritande räknaren kan vara ett bra hjälpmedel vid statistiska beräkningar och regressionsanalys.

[...] men statistik och hitta medelvärde och typvärde och medianvärde [...] kvartiler och det här [...] att den så snabbt tar fram något. Men du kan ju stoppa in hur mycket värden som helst den tar ju snabbt fram ett medelvärde (Anders)

Regressionsanalys men det, det kanske egentligen är i fysikämnet men ... det ingår väl inte så mycket i matte längre? Alltså att man har ett antal mätvärden också ska man anpassa en kurva till det (Hans)

De områden inom matematiken som lärarna säger att det finns minimal användning av den grafritande räknaren är dels som nämnts tidigare vid enkla beräkningar som hade klarats med huvudräkning och dels vid bråkräkning.

Bråkräkning! Hehehe [...] de ska lära sig det men de älskar ju decimaltal (Ulrika).

Bråkräkning tillexempel, jag visar dem inte hur ... räknaren kan omvandla decimaltal till bråk (Hans).

De tar även upp att de vill att eleverna i just Matematik C-kursen ska kunna göra deriveringarna för hand, då de uttrycker att deriveringen i just den kursen till största delen kräver färdigheter i de grundläggande deriveringsreglerna, och som eleverna ska kunna utan grafritande räknare.

Deriveringsregler tillexempel om vi säger bestäm  $f'$  när  $f$  av  $x$  är lika med  $x$  i kvadrat alltså det är ju sådana enkla saker, då ska man ju inte behöva ta någon numerisk derivation eller rita grafen och hitta tangentens riktningskoefficient (Johan).

Niklas nämner även att eleverna inte alltid har ett kritiskt förhållningssätt gentemot den grafritande räknaren då de ska lösa uppgifter utan litar blint på den grafritande räknarens svar, utan att tänka efter om det är rimligt eller inte.

Exempel om man slår 170 gånger minus ett och slår av misstag ett istället för minus ett [...] då får man minus 170 då skriver elever där nere fast det är helt ologiskt (Niklas).

## 6.2 Observationerna

### 6.2.1 Elevernas användning av den grafritande räknaren under lektionerna

Lektionstillfällena som observerades skilde sig åt innehållsmässigt då två av lärarna (Ulrika och Hans) undervisade om aritmetiska och geometriska summor medan de tre resterande lärarna (Niklas, Johan och Anders) undervisade om derivator och funktioner. Trots skillnaderna i lektionsinnehållet visades tydligt gemensamma drag i hur eleverna använde sig av sin grafritande räknare under de observerade lektionerna. Det uppmärksammades att eleverna utförde den största delen av uppgiftslösandet med papper och penna, och att den grafritande räknaren kom till användning då eleverna skulle kontrollera det de kommit fram till eller utföra beräkningar som de ej klarade av att göra för hand. De beräkningar som utfördes på den grafritande räknaren var mestadels enkla beräkningar med de fyra räknesätten som hade kunnat lösas med hjälp av huvudräkning. Exempel på sådana beräkningar är:

$$11 \cdot 3, \quad 11 \cdot (-5), \quad 9 \cdot 2^2, \quad 3 \cdot 9 + 5 \quad \text{och} \quad \frac{20}{4}$$

Efter det att eleverna utfört dessa slags beräkningar, observerades att svaret jämfördes med facit, och om svaret inte stämde överens med facit kallade eleverna på hjälp från läraren, utan att själva ha gått igenom sina beräkningar på den grafritande räknaren. De visade inte på ett kritiskt tänkande över svarets rimlighet och vad det svar de erhållit innebar i sammanhanget, eftersom de endast var upprörda över att deras svar inte stämde överens med facit. I vissa fall kunde man även höra hur några enstaka elever uttryckte ”det är fel i facit” med en väldigt självsäker ton då deras grafritande räknare inte gett samma svar som där.

Vid de lektionstillfällen då innehållet handlade om derivata och funktioner uppmärksammades även att eleverna valde att först derivera för hand och sedan ”sätta in” värdet på den okända variabeln som efterfrågades. De flesta av dessa uppgifter var av sådan karaktär att de kunde lösas med hjälp av grundläggande kunskaper om deriveringsreglerna, men det förekom även uppgifter som hade kunnat lösas numeriskt

på grafritande räknare med hjälp av funktionen *nDerive*. Denna funktion möjliggör att eleverna kan lägga in en funktion, vilken variabel som ska deriveras samt i vilken punkt derivationen ska ske och på så sätt utför den grafritande räknaren en numerisk derivation och beräknar derivatan i den givna punkten. Det som dock observerades vara svårt för eleverna var själva funktionen *nDerive*, då den upplevdes förvirrande med alla dess olika parametrar. Under exempelvis Niklas lektion observerade vi hur en elev försökte göra en numerisk beräkning, men efter flertal försök fick eleven inte rätt på det och blev frustrerad varav konsekvensen blev att denne lade undan den grafritande räknaren och sa: "jag ska fan kolla i facit, det går snabbare där".

Det bör inte undgås att observationerna även visade hur några enstaka elever även provade att lösa uppgifterna med grafisk metod, men detta uppfattades tydligen som svårt och det var få av dem som nådde till slutgiltiga resultat utan hjälp från läraren. Det som vi också observerade som svårt för eleverna vid grafiska lösningsmetoder var att ställa in visningsfönstret på ett sådant sätt, att grafen kunde presenteras på ett sätt som möjliggjorde att eleverna kunde se hela grafen utifrån sina utvalda x- och y-värden. På exempelvis Hans lektion kunde vi observera hur en elev lade in två funktioner i sin grafritande räknare och sedan ändrade sin fönsterinställning flertalet gånger för att kunna se skärningspunkten mellan de två funktionerna, och fick först efter fem försök fram en någorlunda synlig skärningspunkt.

### **6.2.2 Lärarnas uppmaningar till användandet av den grafritande räknaren under lektionerna**

Lärarnas uppmaningar till användandet av grafritande räknare illustrerades redan i början av de observerade lektionerna. Johan och Hans använde sig av en OH-platta vid genomgångarna i början av lektionerna, och det som framkom var hur majoriteten av eleverna följde tillvägagångssättet med hjälp av sina grafritande räknare. Tydligt observerades hur lärarna inkluderade eleverna i lösande av uppgifter på tavlan då de tillsammans med eleverna resonerade kring olika möjligheter i tillvägagångssättet samt vilka lämpliga fönsterinställningar som kunde göras utifrån intresset av x- och y-värdena. Under genomgången frågade Johan sina elever hur de ville lösa uppgifterna, varvid eleverna svarade att de ville lösa uppgifterna grafiskt. De fick även under hela lösningen förklara hur de ville gå tillväga och vilka knappar Johan skulle trycka på.

Under tiden ställde han frågor till eleverna om vad de räknat ut och vad detta betyder i förhållande till uppgiften.

Även Niklas inkluderade den grafritande räknaren i genomgången, men eftersom han ej hade tillgång till en OH-platta sa han högt vilka knappar eleverna skulle trycka på för att lösa derivator numeriskt med hjälp av *nDerive*. Dock observerades att detta inte nådde ut till alla elever, eftersom ett antal av dessa inte hittade knapparna som skulle tryckas på och på så vis inte hängde med. Under Niklas genomgång observerades även hur flertalet av eleverna ställde frågor så som ”vad är det vi har räknat ut?” och ”är vi färdiga nu eller?”, vilket Niklas hanterade genom att återigen gå igenom vilka knappar som skulle tryckas på. Men trots detta valde eleverna att försöka lösa uppgifterna för hand istället. Anders och Ulrika använde inte grafritande räknare alls i sina genomgångar utan uppmanade istället eleverna till huvudräkning och lösningar med papper och penna. Ulrika försökte ”hindra” eleverna från att utföra beräkningar på sina grafritande räknare genom att hänvisa till hur de istället kunde lösa uppgifterna med hjälp av huvudräkning. I motsats till detta bad Anders vid några tillfällen de elever som hade en grafritande räknare att lösa uppgifterna som de gjorde gemensamt på tavlan på sina grafritande räknare.

Efter genomgångarna fick eleverna på alla observerade lektioner räkna på egen hand och lärarna gick runt och hjälpte de som behövde. Vi observerade att endast Anders och Johan vid ett fåtal tillfällen uppmanade eleverna till att använda den grafritande räknaren till annat än olika slags beräkningar. Vid ett tillfälle hjälpte Anders en elev med att rita en graf i sin grafritande räknare. Eleven verkade inte ha så stora färdigheter i hur den skulle gå tillväga, och det var mest Anders som tryckte på knapparna medan eleven såg på. Dock observerades en liknande situation där den frågande eleven ägde en grafritande räknare men ändå uppmanades att rita grafen på papper med hjälp av linjal.

Till skillnad från Anders observerades hur Johan lät en elev prova sig fram då denna ska lösa en ekvation grafiskt. Eleven uttryckte efter flertal försök att den inte förstod vilka fönsterinställningar som skulle göras, och efter det att de tillsammans resonerat kring vilken lämplig fönsterinställning som bör göras fick eleven fram en tydlig graf. I en liknande situation observerades att Johan gjorde det motsatta då en elev ville lösa en uppgift grafiskt men hade problem med fönsterinställningarna. Istället för att som i



föregående fall resonera fram en lösning med eleven, uppmanade han ständigt eleven till att själv försöka. Efter att eleven givit upp frågade denna efter en algebraisk lösning vilken Johan visade med kommentaren ”det är lättare att göra den grafiskt” utan att visa hur. Trots att Hans, Johan och Niklas i sina genomgångar visade eleverna hur de skulle lösa uppgifterna med hjälp av en grafritande räknare implementerades inte detta under resten av lektionerna då de oftast uppmanade eleverna till lösningar för hand. Inte heller Anders utnyttjade det faktum att några av hans elever hade grafritande räknare som i exemplet då eleven uppmanades att rita grafen för hand istället för på sin grafritande räknare.

### **6.3 Jämförelse lärarnas syfte – elevernas observerade användning av den grafritande räknaren**

Enligt våra uppfattningar uppfyllde eleverna, på de observerade lektionerna, lärarnas uttalade syfte genom att de använde den grafritande räknaren till att kontrollera sina beräkningar och för att räkna snabbare. I viss mån motsäger lärarna sig dock i förhållande till sitt syfte då de vill förbjuda eleverna till att använda sina grafritande räknare vid enkla beräkningar av de fyra räknesätten, trots att de är medvetna om att det går fortare med hjälp av den grafritande räknaren. Men denna tidsaspekt framgick inte som en väsentlig faktor, då lärarna egentligen menade att flertal av de uppgifter eleverna skulle lösa enbart krävde färdigheter i huvudräkning, varav den grafritande räknaren inte behövde användas. Istället menade de att den bör användas vid sådana uppgifter där den grafritande räknaren snabbt kunde rita upp grafer eller utföra mer avancerade beräkningar. Men vid observationerna framkom istället att lärarna uppmanade sina elever till lösningar med hjälp av papper och penna, samtidigt som flertalet uppgifter hade kunnat lösas med hjälp av den grafritande räknare. På detta vis hade eleverna kunnat spara tid, genom att de inte hade behövt rita grafen för hand. Eftersom lärarna vid intervjuerna ansåg den grafritande räknaren som ett utmärkt hjälpmedel för områden inom funktionslära där den kan fungera som ett visualiseringsverktyg framstår detta som motsägelsefullt, eftersom de i under de observerade lektionerna inte uppmanade sina elever till att använda den som ett sådant verktyg. Detta trots att tre av lärarna vid sina genomgångar använde sig av en grafritande räknare, men ändå inte uppmanade sina elever till att fortsätta använda den på egen hand. Detta märktes tydligast hos den lärare som undervisade eleverna på det samhällsvetenskapliga programmet, då han varken inkluderade den grafritande räknaren i sin genomgång eller kunde motivera sina elever

till att införskaffa sig en, eftersom det inte ansågs vara nödvändigt ("de ska ju inte bli matematiker") (Anders).

Vid de observerade lektionstillfällena framkom även att ett antal av eleverna beslutat sig för att lösa uppgifter med grafisk metod, varvid lärarna valde att visa detta för några av dem men inte för andra. De resterande fastnade i en förvirring kring den grafritande räknarens funktioner, vilka inte förtydligades av den undervisande läraren, och detta ledde på så vis till att de lade undan sina grafritande räknare och bortsåg från lärarens uppmaningar under genomgången.

## 7 Diskussion

Vi har valt att dela upp diskussionen utifrån våra två frågeställningar, varvid resultatet kommer att diskuteras utifrån dessa. Vi har även valt att genomföra en diskussion angående validitet och reliabilitet och ge förslag på vidare forskning.

### 7.1 Frågeställning 1

*I vilken mån används den grafritande räknaren som ett räkne/ritredskap, undervisningsredskap eller läroredskap i matematikundervisningen inom kursen Matematik C?*

I enighet med Ballings (2003) slutsatser framkom även i vår undersökning att den grafritande räknaren framför allt utnyttjades i förbindelse med uppgiftsräkning med avseende på att kontrollera uträkningar, utföra numeriska beräkningar samt rita grafer. Eleverna använde under observationerna mestadels den grafritande räknaren för att kontrollera det de beräknat med hjälp av papper och penna, t.ex. då eleverna deriverat för hand och sedan valt att beräkna derivatan i en viss punkt genom att sätta in ett värde, eller då eleverna utförde enkla beräkningar som enligt lärarna kunde göras med hjälp av huvudräkning. Det som framkom som positivt med användandet av den grafritande räknaren i undervisningen var att eleverna kunde visualisera abstrakta begrepp så som funktioner av högre grad, lösa ekvationer grafiskt och spara tid på att slippa rita graferna för hand. Även Balling (2003) kom fram till liknande slutsatser då hon menar att den grafritande räknaren förenklade arbetet med svåra begrepp som i sin tur bidrog till att elevernas begreppsförståelse utvecklades.

Att den grafritande räknaren användes som ett undervisningsredskap visades endast när två av lärarna använde sig av en OH-platta vid sina genomgångar. Vi uppfattade att det då gavs utrymme för eleverna att själva resonera på vilket sätt de ville gå tillväga när de löste uppgifterna med den grafritande räknaren, samt att eleverna tillsammans med läraren kunde diskutera vilka fönsterinställningar som var lämpliga. Detta arbetssätt stämmer enligt oss överens med Ballings beskrivning av hur den grafritande räknaren kan användas som ett undervisningsredskap. Där anser vi i enighet med Balling att läraren använde den grafritande räknaren till att utforska nya sätt att undervisa på samt till att låta elever på egen hand undersöka egenskaper hos olika matematiska objekt.

Dock bör betonas att detta endast skedde under genomgångarna och inte när eleverna på egen hand började lösa uppgifterna. Då kunde vi inte se situationer där den grafritande räknaren användes som ett undervisnings- eller läroredskap. Istället uppfattade vi att lärarnas instruktioner om hur den grafritande räknaren skulle användas inte gav möjligheter för eleverna att på egen hand undersöka de matematiska samband som undervisades, samt att eleverna ej på eget initiativ heller valde att göra det.

Eftersom vår slutsats är att den grafritande räknaren främst användes som ett räkne/redskap skedde bara i ringa grad den instrumenteringsprocess, som Guin och Trouche (1999) poängterade var nödvändig, ifall den grafritande räknaren skulle omvandlas till ett effektivt medierande redskap. De elever som observerades fastnade enligt oss i upptäckarfasen, utan att reflektera över hur de kunde omvandla det som undervisades till den grafritande räknarens språk samt ej heller vad det svar de erhållit hade för betydelse i sammanhanget. Detta uppfattas dock som oproblematiskt enligt Säljö (2005), då han menar att eleven endast behöver veta vilken operation som är lämplig för sammanhanget och urskilja vilka knappar den ska trycka på. Men vi anser liksom Balling (2003) att detta *inte* är problemfritt för eleverna när de använder sig av den grafritande räknaren. Till skillnad från Burrill et al. (2002), som konstaterade att eleverna blev mer flexibla i sina lösningsstrategier och fick bättre förståelse för funktioner, variabler och tolkningen av grafer med hjälp av grafritande räknare, såg vi i vår undersökning att dessa hade problem med att tolka funktionerna och graferna då de skulle använda den grafritande räknaren. De inbyggda funktionerna uppfattades som svårförståeliga för eleverna, då exempelvis flertal av dem hade problem med att hitta lämpliga fönsterinställningar när de skulle rita grafer i sina grafritande räknare. Att även skriva in en funktion kunde bjuda på svårigheter för eleverna, när de behövde veta vilka knappar som skulle tryckas (exempelvis vid *nDerive*) samt hur man skulle omvandla själva funktionen till den grafritande räknarens språk. Detta resulterade oftast i att en osäkerhet framkom, varvid följden blev att eleverna antingen la undan sina räknare eller väntade på att läraren skulle komma och instruera dem i hur de skulle gå tillväga. Därför menar vi, liksom Sheryn (2005), att interaktionen med den grafritande räknaren är beroende av att eleverna lär sig hur den fungerar för att inse vilken mening de olika funktionerna har för undervisningssammanhanget.

Undersökningen påvisade även liknande resultat som Berry et al. (2006) samt Doerr och Zangor (2000) hade kommit fram till, vilka innebar att eleverna inte reflekterade över de svar de erhållit av den grafritande räknaren. Eleverna som observerats visade hur de förlitade sig på att den grafritande räknaren gav de rätta svaren då de dels sällan kontrollerade om de råkat trycka på fel siffra när de utfört sina beräkningar och dels i form av uttalanden som ”det är fel i facit!”. När den grafritande räknarens svar inte stämde överens med facit, väntade eleven tills läraren kom till honom/henne och kunde se över situationen. Eleverna valde sällan att själva reflektera över vad som kan ha gått snett. Liksom Doerr och Zangor (ibid.) menar vi att de elever som observerades verkade vara alltför beroende av sina grafritande räknare just i sådana fall. Men beroendet visades även när den grafritande räknaren ständigt kom till användning då eleverna skulle utföra beräkningar som de undervisade lärarna uppfattade som allt för enkla.

Då vi i vår undersökning intervjuat och observerat lärare samt observerat elever på det naturvetenskapliga programmet och det samhällsvetenskapliga programmet, kunde vi jämföra hur den grafritande räknaren användes på de olika lektionerna. Utifrån observationerna framkom inga större olikheter i hur den grafritande räknaren användes och ovannämnda slutsatser förekom på båda programmen. Dock insåg vi istället hur tillgången till en grafritande räknare kunde spela en roll utifrån vilket av dessa program eleverna gick på. Lärarna som undervisade på det naturvetenskapliga programmet uttryckte hur den grafritande räknaren användes i andra ämnen förutom matematik och på så vis hade eleverna en utvidgad användning för den. I tre av de fyra klasserna på det naturvetenskapliga programmet kunde vi se hur alla elever hade tillgång till en grafritande räknare, eftersom skolan lånade ut dem till eleverna under deras studieperiod. I den fjärde klassen på det naturvetenskapliga programmet hade bara hälften av eleverna tillgång till en grafritande räknare. Detta uppfattades av den undervisade läraren som ett hinder, då de inte kunde använda den i den mån han velat. Vidare skiljde sig märkena åt, vilket var ett problem för honom då han enbart visste hur en sorts grafritande räknare fungerar. Den lärare som undervisade på samhällsprogrammet ansåg sig inte kunna motivera sina elever för att köpa en grafritande räknare, vilket visades då endast ett fåtal av eleverna hade en grafritande räknare. Denna kom heller inte till användning i samma mån som på de andra observerade lektionerna. Vi menar därmed att användningen av en grafritande räknare i matematikundervisningen hade kunnat påverka undervisningssättet, exempelvis inom

just detta program, om det hade funnits en möjlighet för eleverna på skolan att låna en grafritande räknare under studietiden.

Den grafritande räknaren har visat sig kunna fungera som ett hjälpmedel för eleverna då de ska utföra beräkningar av olika slag, men som Säljö (2005) samt Guin och Trouche (1999) poängterar är användandet av den grafritande räknaren som ett medierande redskap beroende av både läraren och elevens uppfattningar om den. Dessa uppfattningar anser vi påverkas av den instrumenteringsprocess som Guin och Trouche beskriver, i vilken eleverna måste lära sig att hantera den grafritande räknaren på ett sådant sätt att den kan reflektera över dels vilka funktioner som är lämpliga att använda och dels kunna sätta in det svar den grafritande räknaren ger i ett sammanhang. Det är enligt oss inte förrän denna process till fullo är uppnådd av eleverna som den grafritande räknaren kan användas till annat än ett räkne/ritredskap.

## **7.2 Frågeställning 2**

*Hur efterföljer eleverna lärarnas intentioner med den grafritande räknaren utifrån det didaktiska kontraktet?*

Det som framkom kring lärarnas syften och därmed också deras intentioner om hur de ville att deras elever skulle använda sig av grafritande räknare, var som tidigare sagt i form av ett kontrollverktyg och för att kunna arbeta vidare. Lärarna tog även upp att den grafritande räknaren var avsedd som ett visualiseringsverktyg då eleverna arbetade med uppgifter som rörde grafer och funktioner. Med utgångspunkt i dessa syften har vi i vår undersökning sett att eleverna till största delen efterföljer detta kontrakt, då det vid flera tillfällen observerades att eleverna använde sina grafritande räknare just som räkneverktyg och för att kontrollera sina uträkningar. På så vis är eleverna medvetna om vad lärarna önskar i förhållande till den grafritande räknaren och använder sig av den på det vis de har blivit instruerade till att göra. Detta är enligt Brousseau (1997) grundläggande aspekter för att ett didaktiskt kontrakt ska kunna efterföljas. Men som observationerna visar, skapade inte alla lärarna förutsättningar för så kallade didaktiska situationer, då de utifrån vad vi såg inte utformade uppgifter av sådan karaktär att de uppmuntrade eleverna till att på egen hand utforska uppgifterna. Det var bara på så sätt som Brousseau menade att eleverna kunde förstå att uppgifterna skulle lösas för deras egen skull och inte för att behaga läraren.

De lärare som enligt vår uppfattning skapade förutsättningar för adidaktiska situationer var de två lärare som använde sig av OH-plattan i sina genomgångar. När dessa lärare genomförde sina lektioner, inkluderade de sina elever genom att hela tiden ställa frågor, exempelvis hur och varför man skulle göra på ett visst sätt, vilket fick eleverna att reflektera över hur den grafritande räknaren användes och vad svaren betydde. Sådana typer av frågor menar Doerr och Zangor (2000) är en förutsättning för att den grafritande räknaren skulle vara ett användbart redskap för eleverna. Genom att lärarna använde sig av en OH-platta uppfattar vi liksom Doerr och Zangor att lärarna skapade gemensamma föreställningar och visade på olika tillvägagångssätt, varvid den grafritande räknaren på så vis blev ett redskap för att skapa enande och stödja jämförelser. Enligt vår uppfattning illustrerades det didaktiska kontraktet bättre när OH-plattan användes, eftersom eleverna insåg vad för slags färdigheter och svar som läraren ville ha fram samt instruerades de i vilka slags tillvägagångssätt som kunde vara möjliga. Vi uppfattade knappast det som att de lärare som inte använde sig av en OH-platta upprätthöll sin del i kontraktet med eleverna, eftersom den grafritande räknaren endast var ett redskap när eleverna individuellt skulle lösa uppgifter, och därmed blev de krav som ställdes utsagda.

Det som även observerades var att eleverna på alla lektionerna använde sig av sina grafritande räknare för att göra enkla beräkningar, detta till trots att lärarna uppmanade dem att använda huvudräkning vid sådana tillfällen. Detta medförde att eleverna medvetet bröt mot reglerna för samspelet genom att ignorera lärarens uppmaningar. Men det kan tolkas som att lärarna varit otydliga i vad de förväntar sig att eleverna ska använda den grafritande räknaren till. Detta för att de å ena sidan säger att de vill att de ska använda den till att kontrollera sina beräkningar, men samtidigt inte vill att de ska använda den till alla beräkningar. På så vis upprätthåller inte heller lärarna sin del i kontraktet, då de ger tvetydiga signaler i när den grafritande räknaren ska användas eller ej, vilket Brousseau (1997) menar är en förutsättning för att det didaktiska kontraktet ska kunna efterföljas.

Utifrån våra observationer och intervjuer kan vi även dra slutsatserna att det didaktiska kontraktet är beroende av lärarnas uppfattningar om den grafritande räknaren, eftersom de lärare som innefattades i undersökningen visade sig ha en syn på matematik som innebar att eleverna med hjälp av grafritande räknare skulle utföra beräkningar på ett

sådant sätt att den fungerade som ett räkne/ritredskap. I enighet med Burrill et al (2002) resulterade denna slags uppfattning i att eleverna inte gavs möjligheten att arbeta på ett reflekterande och undersökande sätt. Inom de naturvetenskapliga programmen var de deltagande lärarna medvetna om att den grafritande räknaren var till hands för eleverna även inom andra kurser, vilket resulterade i att den användes av dem i högre mån än till skillnad från den lärare som undervisade på det samhällsvetenskapliga programmet. Detta, tolkade vi, berodde på att hans uttryckta uppfattning var att han inte kunde motivera eleverna att införskaffa sig en grafritande räknare, eftersom de enligt honom inte skulle bli matematiker.

Balling (2003) samt Doerr och Zangor (2000) menar att lärarens kunskaper om hur den grafritande räknaren kan användas var avgörande för hur lärarna uppmanade eleverna att använda den. Eftersom lärarna i intervjuerna uttryckte sig på ett sådant sätt att de hade starka uppfattningar om vilka områden inom matematiken som den grafritande räknaren kunde användas på bästa sätt (däribland de områden som undervisades då vi var ute och observerade), blev vi förvånade över att de inte i högre grad uppmanade eleverna till att använda sig av sina grafritande räknare i lösningsförfarandet. I de fall då eleverna vill lösa uppgifterna grafiskt, förkom uppmaningar om att de skulle lösa dem med papper och penna istället, och när de hjälpte eleverna att lösa uppgifterna grafiskt bortsågs från deras svårigheter med fönsterinställningarna.

Avslutningsvis framgår det att det didaktiska kontraktet efterföljdes till största del eftersom lärarnas intentioner med den grafritande räknaren stämde överrens med hur eleverna använde den. Dock kunde missförstånd uppstå när instruktionerna inte var klara och tydliga vilket resulterade i att kontraktet bröts. I enighet med Balling (2003) och Persson (2010) anser vi att en fortbildning för verksamma lärare i hur de kan integrera den grafritande räknaren i undervisningen kan behövas. Vi kan dock inte dra slutsatser att detta beror på deras färdigheter i de olika användningsområdena, utan vi menar istället att man som lärare måste ha kännedom om vilka risker och hinder som kan förekomma när eleverna använder sig av den grafritande räknaren.

### **7.3 Validitet och reliabilitet**

Johansson och Svedner (2004) menar att validiteten ökar om man genom det undersökta urvalet kan dra slutsatser som är giltiga för en större population. Eftersom vår



undersökning endast är en fallstudie är validiteten för att kunna dra generella slutsatser utifrån det vi sett inte möjlig. Detta då det mycket väl kan vara så att användandet av den grafritande räknaren hade varit annorlunda om vi hade besökt andra skolor och inkluderat andra informanter. Detta bör även tänkas på då endast en lärare och klass på samhällsprogrammet inkluderats, vilken inte behöver vara representativ för alla samhällsprogram. I stället bör undersökningen ses som en förundersökning till en eventuell större studie i hur det ser ut i den svenska gymnasieskolan.

Vi anser att de metoder som vi använt har varit relevanta för undersökningen, då vi har kunnat få svar på det vi frågade efter. Det bör dock betonas att vi är medvetna om att lärarna i sina uttalanden är påverkade av intervjusituationen och kanske inte har svarat helt sanningsenligt, samt att vi omedvetet ställt ledande följdfrågor vilket kan ha påverkat reliabiliteten. Detta är något som även Johansson och Svedner (2004) tar upp som problematiskt vid intervjuer. För att på någorlunda sätt förebygga att lärarna vid de observerade lektionerna skulle ändra sin undervisningsmetod utifrån vad vi undersökte, valde vi att genomföra intervjuerna efter lektionstillfällena. Detta är gjort för alla undersökningstillfällen vilket Johansson och Svedner anser som viktigt då reliabiliteten ökar då materialinsamlingen går till på likartat sätt. Men då vi i vårt brev redan kortfattat sagt vad som skulle undersökas kan detta ha påverkat undervisningen i alla fall. Vi är även medvetna om att vår närvaro påverkat eleverna på ett sådant sätt att de kanske använde den grafritande räknaren i mindre eller högre utsträckning än vad de brukade.

#### **7.4 Studiens påverkan på oss som blivande lärare**

De resultat som framkommit i vår studie har gett oss en inblick i hur den grafritande räknaren kan användas i undervisningen av Matematik C på gymnasiet. Vi har även fått inspiration om hur vi själva kan lägga upp vår egen undervisning, då vi upptäckt vilka fördelar som kan finnas, men också vilka förhinder som kan förekomma med den grafritande räknaren. Av vad som framgått kan den grafritande räknaren fungera som ett stöd för våra blivande elever, då de kan använda den som både ett kontrollverktyg och ett visualiseringsverktyg. Dock är vi medvetna om att för att den grafritande räknaren på bästa sätt ska kunna implementeras i undervisningen, behöver vi skapa ett ömsesidigt kontrakt mellan oss och eleverna, varav vi instruerar dem i att använda den till mer än bara en miniräknare.

## **7.5 Exempel på vidare forskning**

Om vi fått möjligheten att göra en större studie av inom detta område hade vi gärna velat utöka antalet informanter för att kunna öka validiteten och göra mer generella slutsatser. Det hade även varit intressant att se hur lärare använder den grafritande räknaren på de praktiska programmen i jämförelse med de teoretiska programmen och på så sätt se om matematikundervisningen är likvärdig. En annan aspekt som vi inte tog hänsyn till vid vår studie var genusaspekten och huruvida manliga eller kvinnliga elever/lärare använder den grafritande räknaren på olika sätt och vad detta i så fall kan bero på. På så vis kan verksamma lärare i framtiden ha kännedom om andra faktorer som kan spela roll när den grafritande räknaren integreras i matematikundervisningen.

## 8 Referenser

- Balling, Dina (2003). *Grafregneren i gymnasiets matematikundervisning –Lærernes holdninger og erfaringer*. Doktorsavhandling. Aarhus: Syddansk universitet.
- Bardini, Caroline, Pierce, Robyn, & Stacey, Kaye (2004). Teaching linear functions in context with graphics calculators: Students' responses and the impact of the approach on their use of algebraic symbols. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, 353-376.
- Berry, John, Graham, Ted & Smith, Andy (2006). Observing student working styles when using graphic calculators to solve mathematics problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(3), 291-308.
- Brousseau, Guy (1997). *Theory of didactical situations in mathematics – Didactique Des Mathématiques, 1970-1990*. I Balacheff, Nicolas, Cooper, Martin, Sutherland, Rosamund & Warfield, Virginia (red.). Dordrecht, Nederländerna: Kluwer Academic Publisher.
- Burrill, Gail, Allison, Jacquie, Breaux, Glenda, Kastberg, Signe, Leatham, Keith & Sanchez, Wendy (2002). *Handheld graphing technology at the secondary level: Research findings and implications for classroom practice*. Dallas, Texas: Texas Instruments.
- Dalen, Monica (2008). *Intervju som metod*. Malmö: InterGraf AB.
- Doerr, Helen M. & Zangor, Roxana (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 143-254.
- Denscombe, Martyn (2009). *Forskningshandboken – för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Guin, Dominique & Trouche, Luc (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195–227.
- Johansson, Bo och Svedner, Per-Olov (2004). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. Uppsala: Graf tryckeri AB.

- Kylén, Jan-Axel (2004). *Att få svar – intervju, enkät, observation*. Stockholm: Bonnier Utbildning AB.
- Persson, Per-Eskil. (2009). Handheld calculators as tools for students' learning of algebra. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(2), 101-129.
- Persson, Per-Eskil (2010). *Räkna med bokstäver! – En longitudinell studie av vägar till en förbättrad algebraundervisning på gymnasienivå*. Luleå: Universitetstryckeriet.
- SFS (2003). *Lag (2003:460) om etikprövning av forskning som avser människor*. Hämtad 2010-11-20 från <http://www.notisum.se/rnp/sfs/lag/20030460.HTM>.
- Sheryn, Louise. (2005). Getting an insight into how students use their graphical calculators. (D. Hewitt, Red.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 25 (2), 103-108.
- Skolverket (2000a). *Kursplan för MA1201 - Matematik A*. Hämtat 2010-09-15 från <http://www.skolverket.se>.
- Skolverket (2000b). *Kursplan för MA1203 – Matematik C*. Hämtat 2010-09-15 från <http://www.skolverket.se>.
- Säljö, Roger (2005). *Lärande och kulturella redskap – Om lärprocesser och det kollektiva minnet*. Falun: ScandBook.
- Trost, Jan (2010). *Kvalitativa intervjuer*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Wedegé, Tine (2008). Varför misslyckades det?. *Nämnamnaren*, 2008(3), 1-5.

## Bilagor

### Bilaga 1 – Observationsschema

Datum:

Lärare:

Klass:

| Tidpunkt | Räknar användande – lärare | Räknar användande – elever |
|----------|----------------------------|----------------------------|
|          |                            |                            |

## Bilaga 2 – Intervjuguide

### Inledning

- Vad heter du?
- Hur länge har du jobbat som lärare?
- Vilka ämnen undervisar du i?
- Hur länge har du undervisat i matematik?
- Har du alltid använt grafitande räknare i undervisningen?
  - Om nej, när började du använda den?
- I vilka kurser använder du grafitande räknare?
- Var hittar du idéer till hur du använder grafitande räknare i undervisningen?
  - Internet?
  - Lärarhandledningar – läromedel
  - Kolleger
  - Osv.

### Områdesfrågor

- Hur ser du på användandet av grafitande räknare i undervisningen i den svenska gymnasieskolan?
- Vad är ditt syfte med användandet av grafitande räknare i undervisningen?
- Hur mycket används räknaren i undervisningen?
  - Har alla tillgång till egen grafitande räknare?
  - Hur? – eget inköp, lån av skolan osv.
- På vilket sätt anser du att dina elever ska använda grafitande räknare?
  - Hur använder du grafitande räknare då du introducerar nya moment för eleverna?
    - Genomgångar?
    - Laborationer?
    - Stenciler?
    - Annat?
- Hur anser du att dina intentioner med användandet av grafitande räknare stämmer överrens med vad eleverna använder den till?
- Finns det något område inom matematiken där du anser att eleverna maximalt kan utnyttja den grafitande räknaren i sitt lärande?
  - Om ja, utveckla.
  - Om nej, varför?
- Finns det något område som du anser inte är bra att eleverna använder sig av grafitande räknare?

### Avslutning

- Är det något du känner att du vill tillägga till intervjun?

## **Bilaga 3 – Missiv lärare**

Vi heter Mirzeta Mehmedovic och Anna Rosdahl och läser vår sista termin på lärarprogrammet på Malmö högskola med inriktning Matematik och lärande i grundskolans senare år och gymnasiet.

Vi vill i vårt examensarbete undersöka hur grafritande räknare används i undervisningen och ber dig därför att vara med på en intervju som kommer att ta cirka 30 minuter. All information kommer naturligtvis att vara konfidentiellt och du kommer att vara anonym i hela arbetet.

Intervjun är helt frivillig och kan avbrytas när som helst.

Vi vill på förhand tacka för ditt medverkande.

Här med medger jag samtycke till att medverka i intervjun och att den spelas in, jag är medveten om att all information endast kommer att handhas av Mirzeta och Anna i undersökningssyfte.

Datum: \_\_\_\_\_

Namnsteckning: \_\_\_\_\_

Namnförtydligande: \_\_\_\_\_